

Analyyssi 1, vk 2 : Kukin teht max 6 p, yht. 24 p.

Tehtävään pisteet jakautuvat alapistisiin $\rightarrow$ skab.

1) a) ¹⁾_(4ap) Vastaus: -ei ^{1 ap}

$G_p = 8ap + 8ap$ - oikea esimerkki ^{1 ap} (jös $f(0) = 10$, ~~ei~~ ^{2 ap})
- raja-arvon perustelu ^{2 ap}, ~~$\neq f(0)$~~

¹⁾_(4ap) On ^{1 ap} Perustelu $1 \cdot 1$ in jatkuvuus tai kääntä $A = r_f$
 $(\|x_n\| - |a|) \leq |x_n - a|$ ^{2 ap}
raja-arvon perustelu ^{1 ap}

b) ^{1 ap} $\sup A = 2 \frac{7}{6} (=3 \frac{1}{6}) = a_1$ ^{1 ap}
^(8 ap) $\inf A = 2 \frac{1}{2} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, ^{2 ap}

vähenevä
tai muu
hyväys

^{1 ap} koska $a_n := 2 + \frac{3n+4}{6} = 2 \frac{1}{2} + \frac{2}{3n}$ ^{1 ap}
on vähenevä

(tai muuten,
josta vähenevä)

^{6 ap = 6 p}
2 a) ^(3 p) - oik. raja-arvo = 1 ^{1 p}
- vas. raja-arvo = -1 ^{1 p}
erit $\rightarrow$ ei raja-arvoa ^{1 p}

jos muunnos

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x > 1 \\ -1, & x < 1 \end{cases} \quad 1 p$$

prättely: ei raja-arvoa ^{2 p}

b) ^(3 p) $\left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}}\right)^n \rightarrow \frac{1}{e}$,
koska $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \rightarrow e$.



$$G_p = 1/G_{ap}$$

3) a) l_{ap} Oikea esimerkki,

(5_{ap}) 2_{ap} raja-arvon olemussääteet

2_{ap} ei-jon (riittää todeta $f(0) \neq \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$)

(jos raja-arvon $\exists$ on todistettu)

b) l_{ap} oikea esimerkki,

(5_{ap}) l_{ap} rajoitettu (todettu)

3_{ap} ei-raja-arvon todistettu

12_{ap} 4) a) (jos vetoaa lauseeseen l_p)

l_{ap} f rajo.

(6_{ap}) l_{ap} $a = \inf f > -\infty$, $b = \sup f < \infty$

$\Rightarrow$ $f([0,1]) \subset [a,b]$

a ja b saavutetaan

Bolzano: vähente olemus

l_{ap} $f([0,1]) \subset [a,b]$

$\Rightarrow$ " $=$ " l_{ap}

b) Koska f j_{ap} on $\delta > 0$ $|f(x) - f(0)| < \epsilon \quad \forall x \in [0, \delta]$ l_{ap}

j_{ap} $N \in \mathbb{N}$, $N > \frac{1}{\delta}$ ja $n \geq N$, niin $\exists y_n \in [0, \frac{1}{n}]$ l_{ap}

s.e. $x_n = f(y_n)$ l_{ap}

(6_{ap}) j_{ap} on

$$|x_n - f(0)| = |f(y_n) - f(0)| < \epsilon$$

$$(k_{ap}) $0 \leq y_n \leq \frac{1}{n} < \delta$$$

Siis $l_{ap} x_n \rightarrow f(0)$

(Jos tekisi vain tapauksen $f(0) = 0$, vähennetään vain l_{ap}).

