

1. Osoita, että  $\mathbb{Z}_3$  ja  $\mathbb{Z}_5$  ovat kuntia laskemalla niiden kertotaulut.

2. Ratkaise kongruenssiyhtälö

$$[18]_{33} \cdot [x]_{33} = [21]_{33}.$$

3. Ratkaise kongruenssiyhtälö

$$[11]_{185} \cdot [x]_{185} = [63]_{185}$$

4. Olkoot  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 0$  ja

$$n = \sum_{i=0}^k n_i 10^i,$$

missä  $k \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq n_i < 10$  ja  $n_k > 0$  (eli luvun  $n$  esitys kymmenjärjestelmässä). Osoita, että  $11 \mid n$  jos ja vain jos

$$11 \mid \sum_{i=0}^k (-1)^i n_i.$$

Testaa onko 46830 jaollinen yhdellätoista.

5. Olkoot  $n$ ,  $k$  ja  $n_i$  kuten edellisessä tehtävässä. Osoita, että  $7 \mid n$  jos ja vain jos

$$7 \mid \sum_{i=1}^k n_i 10^{i-1} - 2 \cdot n_0.$$

Testaa onko 46830 jaollinen seitsemällä.

6. Olkoon  $p$  ja  $q$  alkulukuja ja  $k \in \mathbb{N}$  siten, että  $pq + 1 = k^2$ . Osoita, että tällöin on välttämättä  $|p - q| = 2$ .

7. Etsi seuraaville jäännösluokille kertolaskun suhteen käänteisalkiot (mikäli sellainen on olemassa)

a)  $[13]_{47}$

b)  $[17]_{22}$

c)  $[6]_{30}$