

1. Osoita, että kaikille $1 \leq k \leq n$ on

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}.$$

2. Osoita, että kaikille $x, y \in \mathbb{R}$ ja $n \in \mathbb{N}$ on

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

3. Osoita, että k :n peräkkäisen luonnollisen luvun tulo on jaollinen luvulla $k!$.
4. Osoita, että joukko $\{\frac{p}{q} : p, q \text{ ovat alkulukuja}\}$ on tiheä joukossa $\mathbb{R}_+ =]0, \infty[$.
(Vihje: käytä alkulukulausetta.)
5. Osoita, että kaikille $k \in \mathbb{N}$ on olemassa k kappaletta peräkkäisiä luonnollisia lukuja jotka eivät ole alkulukuja.
6. Todista luentojen Lemman 1.23 väite

$$e_p = \sum_{i=1}^{t_p} \left\lfloor \frac{n}{p^i} \right\rfloor.$$