1. Alkeishiukkanen osuu sumukammioon nopeudella $v = 0.995c$ ja etenee matkan 1.25 mm ennen hajoamistaan, eli jättää tämän pitusen vanan. Mikä on alkeishiukkasen elinaika sen lepokoordinaatistossa mitattuna?

2. Lippalakkiin sonnustautunut sunnuntailentäjä liikkuu tasaisella nopeudella v inertiaalikoordinaatiston K pisteestä $(x_A, t_A) = (0, 0)$ pisteeseen $(x_B, t_B) = (4.32{\times}10^{11}\text{m}, 3600\text{s})$.

   a) Mikä on sunnutailentäjän kellossa kulunut matka-aika $\Delta t'$ pisteiden A ja B välillä?

   b) Kuinka pitkältä etäisyys $x_B - x_A$ näyttää sunnuntailentäjän mittaamana Lorentz-kontraktion perusteella?

   c) Vertaa b-kohdan tulosta etäisyyteen $v\Delta t'$.

3. Kaksi fysiikan opiskelijaa päättää aloittaa perjantai-iltaisen limonadin nauttimisen samanaikaisesti. Synkronoituaan kellonsa he suuntaavat kumpikin eri ravitsemusliikkeisiin, joiden välinen etäisyys on 400 m. Kellojen synkronointi kuitenkin epäonnistuu, ja juhlinnan aloitushetkissä on 2×10^{-7} sekunnin ero. Sivusta seuranneiden matemaatikkojen ivan vaientaakseen fyysikot toteavat samanaikaisuuden olevan suhteellista. Millä nopeudella ravintoloiden suhteen liikkuvasta inertiaalisysteemistä tarkasteltuna fyysikot onnistuivat?

4. Unettavasti etenevä luento alkaa hetkellä $t = 0$, jonka jälkeen kalvot vaihtuvat tasaisin väliajoin $\Delta t = 3$ min. Hetkellä $t = 15$ min takarivissä istuva opiskelijä päättää poistua nopeudella $v = 0.7c$ kulkevalla raketilla. Pahaksi onneksi luentosalin ovi jää auki, joten valkokankaalta lähtevät valosignaalit saavuttavat raketin taustapeilin. Kauhukseen opiskelijä käsittää, että raketista seurattuna luennot näyttävät etenevän entistäkin hitaammin.

   a) Mikä on opiskelijan havaitsema kalvojen vaihtumisintervalli $\Delta t'$?

   b) Luento loppuu hetkellä $t = 45$ min. Kuinka pitkän ajan kuluttua lähtönsä jälkeen opiskelija saa tiedon piinan päättymisestä?

5. Erityisessä suhteellisuusteoriassa neliulotteisen aika-avaruuden pisteiden (t, x, y, z) ja $(t + dt, x + dx, y + dy, z + dz)$ välisen differentiaalisen etäisyyden neliö voidaan määritellä seuraavasti:
$$ds^2 \equiv c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \ .$$

   a) Näytä, että ds^2 pysyy muuttumattomana Lorentz-muunnoksissa.

   b) Tarkastelele liikettä (t, x) tasossa, jolloin $dy = dz = 0$. Millä nopeudella liikkuville kappaleille $ds^2 = 0$? Entä mitä voidaan sanoa kappaleiden nopeuksista radoilla $ds^2 > 0$ ja $ds^2 < 0$?

6. Tarkastellaan luentojen sivun 30 tilannetta, jossa Matti on levossa Turussa ja Teppo lähtee kohti Siriusta raketilla, jonka nopeus Matin suhteen on $v = 0.8c$. Matin lepokoordinaatiston (x, t) hetkellä $t = 0$ Matti ja Teppo ovat samassa aika-avaruuden pisteessä $(x_\text{A}, t_\text{A}) = (0, 0)$.

Jatkuu seuraavalla sivulla

a) Teppo juhlii matkansa yksivuotispäivää kahvilla ilman kakkua lepokoordinaatistonsa pisteessä $(x'_{\mathrm{B}}, t'_{\mathrm{B}}) = (0, 1\mathrm{y})$. Määritä tapahtuman B koordinaatit $(x_{\mathrm{B}}, t_{\mathrm{B}})$ Matin lepokoordinaatistossa ja vertaa aikaeroa $t_B - t_A$ aikadilaation lausekkeeseen.

b) Matti juhlistaa oman kellonsa mukaista yksivuotispäivää kahvilla kakun kera lepokoordinaatistonsa pisteessä $(x_{\mathrm{C}}, t_{\mathrm{C}}) = (0, 1\mathrm{y})$. Määritä tapahtuman C koordinaatit $(x'_{\mathrm{C}}, t'_{\mathrm{C}})$ Tepon lepokoordinaatistossa. Matin lepokoordinaatistossa Tepon koordinaatit hetkellä t_C ovat $(x_{\mathrm{E}}, t_{\mathrm{E}}) = (vt_{\mathrm{C}}, t_{\mathrm{C}})$ ja Matin mielestä tapahtumat C ja E ovat samanaikaisia. Ovatko ne sitä myös Tepon lepokoordinaatistossa? Mieti tämän perusteella, onko kysymys "Kun Matin koordinaatistossa kuluu yksi vuosi, paljonko aikaa kuluu Tepon koordinaatistossa?" yksikäsitteisesti määritelty.

c) Matti lähettää pisteestä C Tepolle nopeudella c etenevän viestin: "Hyvää yksivuotispäivää!" joka saavuttaa Tepon pisteessä $(x_{\mathrm{D}}, t_{\mathrm{D}})$. Laske vastaanottohetki t'_{D} Tepon lepokoordinaatistossa. Teppo määrittää viestin lähetyshetkeä vastaavan ajan t'_{D0} omassa lepokoordinaatistossaan vähentämällä t'_D:stä viestin matkaan kuluneen ajan. Vertaa näin saatua tulosta t'_{D0} b-kohdan aikaan t'_{C}.