

Tilastomenetelmien peruskurssi (TILP150)

Syksy 2006

5. harjoitukset, 5. tehtävän vastaus:

5. Teoriatehtävä: Tarkastellaan $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

Ratkaise a seuraavasta

$$\mathbb{P}(a \leq \bar{X}) = 0.975.$$

Vinkki: Tee muunnos $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ ja käytä tietoa, että $\mathbb{P}(-1.96 \leq Z) = 0.975$.

Vastaus: Yhtälö

$$\mathbb{P}(a \leq \bar{X}) = 0.975$$

voidaan kirjoittaa myös muodossa

$$\mathbb{P}(\bar{X} \geq a) = 0.975,$$

ja samoin $\mathbb{P}(Z \geq -1.96) = 0.975$.

- Tehdään muunnos $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\bar{X} \geq a) &= 0.975 \\ \mathbb{P}\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \frac{a - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) &= 0.975 \\ \mathbb{P}\left(Z \geq \frac{a - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) &= 0.975\end{aligned}$$

- Tiedetään, että $\mathbb{P}(Z \geq -1.96) = 0.975$, jolloin $\frac{a - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = -1.96$. Tästä yhtälöstä ratkaistaan a :

$$\begin{aligned}\frac{a - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} &= -1.96 \\ a - \mu &= \sigma/\sqrt{n} \cdot (-1.96) \\ a &= \mu + \sigma/\sqrt{n} \cdot (-1.96) \\ a &= \mu - 1.96 \sigma/\sqrt{n}\end{aligned}$$