

Lukualueet

Harjoitus 2, 12.-13.11.2012

1. Osoita, että kokonaisluvuille pätee

$$[m, n] \leq [p, q] \iff [p, q] - [m, n] \in \mathbb{Z}_+ \cup \{0\}.$$

2. Jos $a, b \in \mathbb{Z}$, $c \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ja $ac = bc$, niin $a = b$.

3. Osoita, että kokonaislukujen kertolaskulle pätee: Jos $a \neq 0$ ja $ab = a$, niin $b = 1$.

4. Olkoon a negatiivinen kokonaisluku ja olkoon b positiivinen kokonaisluku. Mitä voit sanoa tulosta ab ?

—————

5. Piirrä kuva, jossa joukko

$$\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \times \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\} \subset \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$$

on jaettu rationaalilukuja vastaaviin luokkiin.

6. Osoita, että rationaalilukujen kertolasku on hyvin määritelty.

7. Yritetään määritellä laskutoimitus $\oplus$ rationaalilukujen joukossa asettamalla

$$[a, b] \oplus [c, d] = [a + c, b + d].$$

Onko $\oplus$ hyvin määritelty laskutoimitus?

8. Osoita, että kaikille rationaaliluvuille a, b, c pätee

$$(a + b)c = ac + bc.$$