

Symboliset dynaamiset systeemit

Harjoitus 2, 13.11.2013

1. Osoita, että dynaamisen systeemin $T_3: K \rightarrow K$ reittikuvaus $S: K \rightarrow \Sigma_2$ on homeomorfismi.

2. Olkoon $A = (a_{ij})$ $N \times N$ -matriisi, jolle $a_{ij} \in \{0, 1\}$ kaikilla $i, j \in \{0, 1, \dots, N-1\}$. Osoita, että

$$\Omega_A = \{\omega \in \Omega_N : a_{\omega(i)\omega(i+1)} = 1 \text{ kaikilla } i \in \mathbb{Z}\}$$

on kaksipuolisen jonoavaruuden Ω_N suljettu σ -invariantti osajoukko.

3. Olkoon

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Osoita, että jonoavaruus Ω_A on ylinumeroituva.

4. Piirrä matriisia

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

vastaava Markovin graafi. Onko jonoavaruus Σ_B on ylinumeroituva? Onko se perfekti?

³Vihje: Esitä jonot jonkin toisen aakkoston avulla

Symbolic dynamical systems

Exercise 2, 13.11.2013

1. Show that the itinerary map of the dynamical system $T_3: K \rightarrow K$ is a homeomorphism $S: K \rightarrow \Sigma_2$.

2. Let $A = (a_{ij})$ be an $N \times N$ -matrix such that $a_{ij} \in \{0, 1\}$ for all $i, j \in \{0, 1, \dots, N-1\}$. Show that

$$\Omega_A = \{\omega \in \Omega_N : a_{\omega(i)\omega(i+1)} = 1 \text{ for all } i \in \mathbb{Z}\}$$

is a closed σ -invariant subset of Ω_N .

3. Let

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Show that Ω_A is uncountable.

4. Draw the Markov graph of

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Is Σ_B uncountable? Is it perfect?

³Vihje: Consider the words using a different alphabet.