

**Dynaamiset systeemit**  
**Harjoitus 3, 2.2.2010**

1. Olkoon  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,

$$f(re^{i\phi}) = \sqrt{r}e^{i2\phi}.$$

Määritä  $\omega$ -rajajoukko  $\omega_f(z_0)$  kaikille  $z_0 \in \mathbb{C}$ .

2. Olkoon  $K_\lambda$  kuvauksen  $T_\lambda$  invariantti Cantorin joukko. Osoita, että pisteen reitti  $S: K_\lambda \rightarrow \Sigma_2$ ,

$$S(x)_i = \lambda, \text{ jos } T_3^i(x) \in I_\lambda,$$

on homeomorfismi.

3. Osoita, että kuvaus  $\phi_2: \Sigma_2 \rightarrow \mathbb{S}^1$ ,

$$\phi_2(a) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{a_i}{2^{i+1}} \pmod{1},$$

on jatkuva surjektio.

4. Olkoon  $B: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ,

$$B(x) = \begin{cases} 2x, & \text{kun } x \leq \frac{1}{2}, \\ 2x - 1, & \text{kun } x > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Osoita, että  $B$  on kaoottinen.

5. Olkoon  $f: X \rightarrow X$  jatkuva, olkoon  $g: Y \rightarrow Y$  kuvauksen  $f$  topologinen tekijä, ja olkoon  $h: Z \rightarrow Z$  kuvauksen  $g$  topologinen tekijä. Osoita, että  $h$  on kuvauksen  $f$  topologinen tekijä.

6. Olkoon  $f: X \rightarrow X$  topologisesti sekoittava, ja olkoon  $g: Y \rightarrow Y$  kuvauksen  $f$  topologinen tekijä. Osoita, että  $g$  on topologisesti sekoittava.