

**Dynaamiset systeemit**  
**Harjoitus 2, 26.1.2010**

1. Olkoon  $Y \subset X$   $f$ -minimaalinen joukko. Osoita, että jokainen  $y \in Y$  on  $f$ -rekurrentti.
2. Olkoon  $E_2: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $E_2(z) = z^2$ . Määritä  $\omega$ -rajajoukko  $\omega_f(z_0)$  kaikille  $z_0 \in \mathbb{C}$ .
3. Olkoon  $X$  metrinen avaruus, jossa ei ole eristettyjä pisteitä. Olkoon  $f: X \rightarrow X$  jatkuva, ja olkoon pisteen  $x \in X$  rata tiheä. Osoita, että pisteen  $f^n(x)$  rata on tiheä kaikilla  $n \in \mathbb{N}$ .

---

Metrinen avaruus  $(X, d)$  on *ultrametrinen* avaruus, jos

$$d(x, y) \leq \max(d(x, z), d(z, y))$$

kaikille  $x, y, z \in X$ .

4. Olkoon  $X$  ultrametrinen avaruus. Osoita, että
  - kaikki avaruuden  $X$  avoimet pallot ovat avoimia ja suljettuja,
  - kaikki avaruuden  $X$  suljetut pallot ovat avoimia ja suljettuja,
  - jos  $y \in B(x, r)$ , niin  $B(y, r) = B(x, r)$ ,
  - $X$  on täysin epäyhtenäinen: jokaisen pisteen komponentti sisältää ainoastaan yhden pisteen.
5. Osoita, että jonoavaruudet ovat ultrametrisiä avaruuksia. Pohdi tehtävässä 4 todistettuja ominaisuuksia jonoavaruuksissa.

6. Osoita, että metriikka

$$d(a, b) = \sup \frac{d(a_i, b_i)}{2^{|i|}}$$

määrittää tulotopologian kaksipuolisessa jonoavaruudessa  $\Omega_N$ .

7. Anna esimerkki pisteestä  $\alpha \in \Sigma_{\{0,1\}}$ , jonka rata on tiheä vasemmalla siirrolla  $\sigma$ .