

Dynaamiset systeemit
Harjoitus 12, 13.4.2010

1. Olkoot (M_1, d_1) ja (M_2, d_2) kompakteja metrisiä avaruuksia, ja olkoot $f_i: M_i \rightarrow M_i$ jatkuvia kuvauksia. Määritellään kuvaus $f_1 \times f_2: M_1 \times M_2 \rightarrow M_1 \times M_2$,

$$(f_1 \times f_2)(x_1, x_2) = (f_1(x_1), f_2(x_2)).$$

Osoita, että $h_{\text{top}}(f_1 \times f_2) = h_{\text{top}}(f_1) + h_{\text{top}}(f_2)$.

2. Anna esimerkki kuvauksesta, jonka topologinen entropia on ääretön.

3. Anna esimerkki kuvauksesta, jonka topologinen entropia on positiivinen, ja jolla ei ole jaksollisia pisteitä.

4. Määritä kuvauksen $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $f(x) = x(1 - x)$ topologinen entropia.

5. Olkoon $f: \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1$ suunnistuksen säilyttävä C^2 -diffeomorfismi, jolla ei ole jaksollisia pisteitä. Määritä kuvauksen f topologinen entropia.

¹Vihje: Käytä tuloavaruudessa maksimimetriikkaa d_{\max} . Millaisia tämän metriikan ja metriikan $(d_{\max})_n^{f_1 \times f_2}$ pallot ovat?