

JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Matemaattinen tilastotiede 2

Harjoitukset 2

24.1.2011

1. Osoita, että jos $Y \sim U[0, 1]$, niin myös $1 - Y \sim U[0, 1]$.

2. Oletetaan, että

$$X(\omega) = \sum_{i=1}^n a_i \mathbf{1}_{A_i}(\omega), \quad \text{ja} \quad Y(\omega) = \sum_{j=1}^m b_j \mathbf{1}_{B_j}(\omega)$$

ovat yksinkertaisia satunnaismuuttujia. Osoita, että a) myös summa $X + Y$ on yksinkertainen satunnaismuuttuja ja että b) $E[X + Y] = E[X] + E[Y]$

3. Oletetaan, että $X \sim N(0, 1)$. Laske $E[|X|]$.

4. Oletetaan, että X noudattaa Cauchy-jakaumaa (Example 21). Osoita, että $E[|X|] = \infty$.

5. Oletetaan, että $P(X = 1) = 0.2$, $P(X = 2) = 0.5$ ja $P(X = 3) = 0.3$. Miten generoit $X:n$, jos sinulla on $U \sim U[0, 1]$?

6. Oletetaan, että $X \sim N(0, 1)$. Laske intergoimalla $E[X^{2k}]$, $k = 1, 2, \dots$

7. **R**-tehtävä. a) Generoi 2000 kpl riippumattomia satunnaismuuttujia, jotka noudattavat $U[0, 1]$ -jakaumaa. Tee Example 18:n mukainen muunnos $Y_i = \log(U_i)$. Laske muunnettujen keskiarvo ja varianssi. b) Generoi 1000 kpl riippumattomia satunnaismuuttujia, jotka noudattavat $U[0, 1]$ -jakaumaa. Tee muunnokset $Y_i = \log(U_i)$, $Z_i = \log(1 - U_i)$. Laske keskiarvoista $(Y_i + Z_i)/2$ keskiarvo ja varianssi. c) Vertaile tuloksia.