

^{125}I -jyvän aktiivisuuden epävarmuusanalyysi

Eetu Uusikylä

11. marraskuuta 2022

1 Johdanto

Tässä osiossa käsitellään käytöstä poistettujen säteilylähteiden, jodijyvien, aktiivisuuksia ja aktiivisuuksien epävarmuutta. Virheanalyysi on välttämättömän osa tutkimusta ja sen luotettavuuden arviointia. Mittausepävarmuus kertoo, kuinka tarkkoja ovat tulokset, eli minkä rajojen sisään ne todennäköisimmin asettuvat. Mikään fysiikan mittausta ei ole äärettömän tarkka, sillä mittaustulokset riippuvat aina tekijöistä, joihin liittyy sekä virhettä että satunnaista vaihtelua.

1

Jodijyvät muodostuvat titaanikuoresta ja sen sisällä olevasta radioaktiivisesta jodi-125-jauheesta (esitetty Kuvassa 1). Niitä käytetään erityisesti silmän sädehoidossa. Jodijyvien aktiivisuuden määrittämiseen liittyy useita epävarmuustekijöitä. Niiden suuruus on syytä tuntea, sillä potilaan saama säteilyannos on suoraan verrannollinen lähteen aktiivisuuteen. Jotta voidaan varmistaa, että potilas on saanut hoidon aikana optimaalisen annoksen, on jodijyvien aktiivisuudet määritettävä riittävällä tarkkuudella. Jodijyvät altistuvat käytön aikana toistuvalla käsittelyllä. Kun jyvät on poistettu käytöstä, tulee niille suorittaa jälkimittaus.

^{125}I tuottaa elektronisieppauksen kautta 35.49 keV:n gammasäteilyä, sekä röntgensäteilyä energioilla 0.1-40 keV. 35.49 keV:n fotonit mahdollistavat kohdenmetun sädehoidon, sillä ne absorboituvat lähes kokonaan pienelle alueelle. Tällöin fotonien energia kuluu pääosin kasvaimen tuhoamiseen ja terveiden kudosten säteilyaltistus jää vähäiseksi. ^{125}I :n röntgensäteet eivät ole silmän sädehoidon kannalta merkityksellisiä.

¹materiaali on vapaasti käytettävissä CC-BY -lisenssin ehtojen mukaisesti



Kuva 1: Havainnekuva mitattavasta jodijyvästä

Työssä analysoidaan silmän tykösädehoidossa käytettyjen jodijyvien aktiivisuuksia, jotka on aiemmin mitattu. Mikäli jyvälle määritetty aktiivisuus on selvästi odotettua pienempi, voidaan sen perusteella epäillä, että jyvästä olisi käytön aikana vuotanut aktiivisuutta. Tämä lisäisi tarpeettomasti potilaan saamaa säteilyannosta, joten jodijyvien aktiivisuuksien määrittäminen on säteilyturvallisuuden kannalta tärkeää. Kansainvälisten suositusten mukaan hoitoannoksen keskimääräinen epävarmuus ei saisi ylittää arvoa 5 % [2].

Jodijyvien teoreettinen aktiivisuus määritetään jodijyvien sertifiikaatin mukaisen referenssiaktiivisuuden perusteella mittausajankohdalle. Kokeellisesti määritettyjä aktiivisuuksia verrataan teoreettiseen aktiivisuuteen. Yksittäinen jyvälle mitattu aktiivisuus saa poiketa enintään 6 % - ja mitattujen aktiivisuuksien keskiarvo enintään 3 % [3] - jodijyvien teoreettisesta aktiivisuudesta.

Tehtävä 1

Mittauksissa määritettiin aktiivisuudet viidelle jodijyvälle. Nämä olivat 0.7053 mCi, 0.6499 mCi, 0.7030 mCi, 0.6993 mCi ja 0.6814 mCi.

a. Laske näiden aktiivisuuksien keskiarvo ja keskihajonta (standardipoikkeama). Keskihajonta lasketaan yhtälöstä

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2} \quad (1)$$

missä μ on tulosten keskiarvo, N on otoksen koko ja x_i on yksittäisen mittauksen tulos.

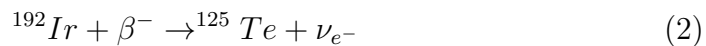
b. Montako prosenttia kunkin jyvän aktiivisuus poikkeaa mittaussajakohdalle lasketusta referenssiaktiivisuudesta 0.6930 mCi? Entä jodijyvien keskimääräinen aktiivisuus? Arvioi, onko tulosten perusteella syytä epäillä, että aktiivisuutta olisi vuotanut jodijyvistä potilaaseen käytön aikana.

2 Teoria

2.1 ^{125}I :n röntgen- ja betasäteily

^{125}I on jodin radioaktiivinen isotooppi, joka emittoi röntgensäteitä energioilla 0.1-40 keV. Tärkeimmät ^{125}I :n röntgenenergiat (intensiteetti $> 3\%$) on listattu Taulukkoon 1 [4]. Jodijyvän titaanikuori absorboi pienienienergisimmät röntgenfotonit lähes kokonaan.

Silmän tykösädehoidon kannalta keskeisin ^{125}I :n emittoima säteily on elektronisieppauksen kautta syntyvä 35.49 keV:n fotoni. Elektronisieppauksessa ydin "kaappaa" atomin omalta kuorelta elektronin. Tytärynuklidin massaluku pysyy samana, mutta järjestysluku pienenee yhdellä. ^{125}I :n elektronisieppaus tapahtuu kaavan [4]



mukaan. Tytärynuklidi ^{125}Te on elektronisieppauksen jälkeen viritystilassa (metastabiilissa tilassa), joka purkautuu joko röntgensäteilynä, atomin luovuttaessa Auger-elektronin tai molemmilla tavoilla. Perustilaan palautunut ^{125}Te -nuklidi on stabiili.

2.2 Kokeellisesti määritetty aktiivisuus

Jodijyvien aktiivisuudet määritettiin kaivokammion avulla. Kaivokammion sisällä on kaasua, jota lähteen emittoimat fotonit ionisoivat. Ionisaatioiden seurauksena syntyy sähköpulsseja, jonka voimakkuus on suoraan verrannollinen lähteen aktiivisuuteen:

$$A_k = \frac{N_k}{u} \cdot I \cdot k \quad (3)$$

$$A_k = F(nA \rightarrow mCi) \cdot I \cdot k \quad (4)$$

Tässä I on säteilylähteen tuottama sähkövirta (ionisaatiovirta), N_k on kalibroitikerroin ja k on ionisaatiovirtaan vaikuttavien korjaustermien tulo. Kalibroitikerroin kuvaa säteilyn aiheuttamaa varausten tuottoa kaivokammiossa. N_k ilmoitetaan yksiköissä $\frac{Gy}{As}$, missä $Gy = \frac{J}{kg}$ on potilaaseen absorboitunut säteilyannos. Muuntokerroin $F(nA \rightarrow mCi)$ on mittausgeometriasta riippuva tekijä, jonka avulla mitattu ionisaatiovirta muunnetaan [nA] aktiivisuudeksi [mCi]. Muuntokertoimeksi $F(nA \rightarrow mCi)$ on määritetty aiemmin tehdyillä mittauksilla $1.69 \cdot 10^{11}$. Termi $u = 1.27 \frac{\mu}{mCi}$ on kalibroitikohtainen kerroin, joka on määritetty tässä työssä käytetylle kaivokammiolle. Suure Ci = $37 \cdot 10^9$ Bq.

2.3 Korjaustermit

Termi k määritetään käyttämällä kolmea eri korjaustermiä, jotka ottavat huomioon lämpötilan, paineen, mittausgeometrian ja fotonien vaimenemisen vaikutukset fotonien havaitsemistehokkuuteen. Korjaustermi k määritetään yhtälön

$$k = k_{T,P} \cdot k_{att} \cdot k_{Geom} \quad (5)$$

mukaan. Tässä

$k_{T,P}$ on lämpötila-painekorjaus,

k_{att} on säteilyn vaimenemisen korjaustermi ja

k_{Geom} on geometriakerroin.

Yllämainittujen korjaustermien lisäksi on myös muita korjaustermejä, joita voidaan aktiivisuutta määritettäessä ottaa huomioon. Mitattuun ionisaatiovirtaan voivat vaikuttaa mm ilman kosteus, ilmantiheyden satunnainen vaihtelu ja hiukkasten sironta mittausysteemissä.

Tehtävä 2

Mitataan aktiivisuudet kolmelle jodijyvälle. Jodijyvien tuottamat ionisaatiovirrat ovat 3.395 pA, 3.338 pA ja 3.097 pA. Korjaustermit käytettävälle mittausasetelmalle ovat $k_{T,P} = 1.03$, $k_{att} = 0.98$ ja $k_{Geom} = 1.23$. Kalibroitikerroin $N_k = 2.11 \cdot 10^{11} \frac{\mu Gy m^2}{hA}$ ja kerroin $u = 1.27 \frac{\mu}{mCi}$. Laske aktiivisuudet kullekin jodijyvälle yksiköissä mCi.

2.4 Radioaktiivinen hajoaminen

Radionuklidin puoliintumisajalla ($t_{1/2}$) tarkoitetaan aikaa, jonka kuluessa puolet kyseisistä nuklideista hajoaa toisiksi ytimiksi. Nuklidin aktiivisuus mittaushetkellä riippuu nuklidin puoliintumisajasta yhtälön

$$A(t) = A(t = t_0) \cdot 2^{\frac{t}{t_{1/2}}} \quad (6)$$

mukaisesti. Tässä $t_{1/2}$ on nuklidin puoliintumisaika, t on hetkestä t_0 kulunut aika ja $A(t = t_0)$ on nuklidin aktiivisuus hetkellä t_0 .

Tehtävä 3

Jodijyvän referenssiaktiivisuus on 5 mCi. Kuinka kauan on kulunut referenssipäivämäärästä, kun jodijyvän aktiivisuudeksi mitataan 0.7 mCi? ^{125}I :n puoliintumisaika on 59.4 d [4].

2.5 Teorettinen aktiivisuus

Jodijyvien kokeellisesti määritettyjä aktiivisuuksia verrattiin niiden teoreettiseen aktiivisuuteen (A_{teor}). A_{teor} laskettiin radioaktiivisen hajoamisen korjaustermiä käyttäen yhtälön:

$$k_{decay} = \frac{A(t)}{A_{ref}} = \exp\left(\frac{\ln(2)(t_m - t_0)}{t_{1/2}}\right) \quad (7)$$

mukaan. Tässä t_0 on nuklidin referenssipäivämäärä sertifikaatissa, t_m on mitauksen ajankohta, A_{ref} on nuklidin referenssiaktiivisuus ja $A(t)$ on aktiivisuus hetkellä t_m .

Teorettinen aktiivisuus lasketaan hajoamisen korjaustermin avulla yhtälön

$$A_{teor} = k_{decay} \cdot A_{ref} = \exp\left(\frac{\ln(2)(t_m - t_0)}{t_{1/2}}\right) \cdot A_{ref} \quad (8)$$

mukaan. Tässä t_0 on mitatun jodijyvän referenssipäivämäärä ja t_m on mitauksen ajankohta, jolle A_{teor} lasketaan.

Tehtävä 4

Jodijyvien aktiivisuuksia mitattiin 20.5.2021. Mitattujen jodijyvien referenssiajankohta on 10.5.2021 ja referenssiaktiivisuus $A_{ref} = 17$ mCi. Laske näiden tietojen perusteella jodijyvien teoreettinen aktiivisuus mittaajajankohdalla.

2.6 Fotonien vaimeneminen

Fotonien vaimeneminen väliaineessa perustuu fotonien vuorovaikutuksiin väliaineen elektronien ja atomiytimien kanssa. Osa näytteen emittoimista fotoneista vaimenee muualle kuin ilmaisimen aktiiviseen alueeseen. Tämä vähentää fotonien havaitsemistehokkuutta. Fotoni voi myös läpäistä ilmaisimen vuorovaikuttamatta sen kanssa. Tämä vähentää niin ikään fotonien havaitsemistehokkuutta. Fotonien tallentuminen perustuu siihen, että fotoni luovuttaa ilmaisimen aktiiviselle alueelle koko energiansa.

Fotonivuon intensiteetti pienenee väliaineessa yhtälön

$$I_f = I_i e^{-\mu x} \quad (9)$$

mukaan. Tässä I_i on fotonivuon alkuperäinen intensiteetti (kohdassa $x = 0$) ja I_f on matkan x väliaineessa kulkeneen fotonivuon intensiteetti. Termi $\mu[\frac{1}{cm}]$ on fotonien matkavaimennuskerroin väliaineessa. Se kertoo, kuinka tehokkaasti väliaine absorboi fotoneja. Ylläolevasta yhtälöstä saadaan säteilyn vaimenemisen korjauskertoimeksi

$$k_{att} = \frac{I_f}{I_i} = e^{-\mu x} \quad (10)$$

Tämän työn mittausasetelmassa fotoneja vaimenee sekä jodijyvän titaani-kuoreen että pidikkeeseen, johon jyvä asetetaan mittauksen ajaksi. Jodijyvät voidaan olettaa pistemäisiksi, joten absorptiota itse näytteeseen (itseabsorptio) ei oteta huomioon.

Tehtävä 5

Jodijyvät asetetaan pidikkeeseen, jonka materiaali on polyvinyylikloridi (PVC). PVC:n tiheys on $1.4 \frac{g}{cm^3}$. 35.49 keV:n fotonien massavaimennuskerroin PVC:ssä on $\frac{\mu}{\rho} = 2.123 \frac{cm^2}{g}$ [5]. Pidikkeen paksuudeksi arvioidaan 2 mm. Laske, montako prosenttia fotoneista vaimenee pidikkeeseen.

2.7 Ionisaatiokammion lämpötila-painekorjaus

Kaivokammion lämpötila ja paine vaikuttavat mitattavan lähteen tuottamaan ionisaatiovirtaan yhtälön [6]

$$k_{T,P} = \frac{273.15 + T}{273.15 + T_0} \frac{P_0}{P} \quad (11)$$

mukaan. Tässä T_0 ja P_0 ovat lämpötila ja paine NTP-olosuhteissa (20 °C ja 101.25 kPa).

Tehtävä 6

Laske lämpötila-painekorjaus kaivokammiossa, jonka lämpötila on 24 °C ja paine 99.5 kPa.

2.8 Geometriakerroin k_G

Jotta yhtälön 3 mukainen aktiivisuus tulee lasketuksi oikein, on termit $F(nA \rightarrow mCi)$ ja I määritettävä samassa mittausgeometriassa. Jos $F(nA \rightarrow mCi)$ ja I määritetään eri mittausgeometrioissa, on aktiivisuuksia laskettaessa otettava huomioon geometrinen korjauskerroin k_G .

Tehtävä 7

Määritetään geometriakerroin k_G mittaamalla samoja jodijyviä kahdella eri pidikkeellä (pidike 1 ja pidike 2), joiden geometriat poikkeavat toisistaan. Molemmilla pidikkeillä mitataan viittä eri jodijyvää. Jodijyvien sertifikaatin mukainen aktiivisuus mittaushetkellä on 16.738 mCi. Geometriakerroin lasketaan yhtälöä

$$k_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{I_{1,i}}{I_{2,i}} \right) \quad (12)$$

käyttäen. Tässä N on toistojen lukumäärä ja $I_{1,i}$ ja $I_{2,i}$ ovat pidikkeiden 1 ja 2 avulla mitatut ionisaatiovirrat i :nnelle jodijyvälle. Laske geometriakerroin k_G Taulukon 1 mukaisten arvojen perusteella.

mittaus	$I_1(\text{pA})$	$I_2(\text{pA})$
1	93.95	75.05
2	93.22	73.95
3	99.52	80.88
4	91.82	72.70
5	100.21	80.79

Taulukko 1: Pidikkeen 1 ja 2 avulla mitatut ionisaatiovirrat.

3 Virheanalyysi

3.1 Virheen kasautumislaki

Epävarmuudet työssä käytetyille suureille laskettiin virheen kasautumislakia käyttäen. Olkoon $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funktio, joka riippuu muuttujista $x_1, x_2, \dots, x_n$. Jokaiselle edellämainitulla muuttujalla on virhe $(\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}, \dots, \sigma_{x_n})$. Muuttujat voidaan ilmaista myös muodossa $(x_1 \pm \sigma_{x_1}, x_2 \pm \sigma_{x_2}, \dots, x_n \pm \sigma_{x_n})$. Funktion f epävarmuus lasketaan yhtälöstä

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2} \quad (13)$$

missä $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ on funktion f derivaatta muuttujan x_i suhteen ja σ_{x_i} on muuttujan x_i virhe.

3.2 Teoreettisen aktiivisuuden epävarmuus

Teoreettisen aktiivisuuden epävarmuus määritettiin tässä työssä hajoamistermin (k_{decay}) ja referenssiaktiivisuuden epävarmuuksien avulla. Jodijyvän sertifikaatissa ilmoitettu aktiivisuus pätee vain tietyllä tarkkuudella. Termin k_{decay} epävarmuus johtuu mittauksen ajankohdan, referenssipäivämäärän ja säteilylähteen puoliintumisaajan epävarmuudesta.

Teoreettisen aktiivisuuden epävarmuus laskettiin virheen kasautumislakia käyttäen yhtälön

$$\sigma_{A_{teor}} = \sqrt{\left(\frac{\partial A_{teor}}{\partial A_{ref}}\right)^2 \cdot \sigma_{A_{ref}}^2 + \left(\frac{\partial A_{teor}}{\partial k_{decay}}\right)^2 \cdot \sigma_{k_{decay}}^2} \quad (14)$$

mukaan. Hajoamisen korjaustermien epävarmuus ($\sigma_{k_{decay}}$) määritettiin yhtälöstä (15).

Tehtävä 8

Mikä on teoreettisen aktiivisuuden epävarmuus jodijyvälle, jonka $A_{ref} = 5$ mCi, $\sigma_{A_{ref}} = 5$ % ja $\sigma_{k_{decay}} = 1$ %? Jodijyvä mitattiin, kun referenssiajan kohdasta oli kulunut 50 päivää.

3.3 Mitatun aktiivisuuden epävarmuus

Mitatun aktiivisuuden kokonaisepävarmuus σ_{A_k} määritettiin yhtälön

$$\frac{\sigma_{A_k}}{A_k} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_F}{N_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{k_{att}}}{k_{att}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{k_{T,P}}}{k_{T,P}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{k_G}}{k_G}\right)^2} \quad (15)$$

mukaan. Tässä

σ_F on muuntokertoimen $F(\text{nA} \rightarrow \text{mCi})$ epävarmuus,

σ_I on ionisaatiovirran epävarmuus,

$\sigma_{k_{att}}$ on vaimenemisen korjaustermien epävarmuus,

$\sigma_{k_{T,P}}$ on lämpötila-painekorjauksen epävarmuus ja

σ_{k_G} on geometriakertoimen epävarmuus.

Epävarmuudeksi σ_F oletettiin 3 %. Ionisaatiovirran epävarmuudeksi valittiin käytännön mittauksissa todettu vaihtelu 0.1 pA.

3.4 Aktiivisuuksien vertailu

Kokeellisesti määritettyjä aktiivisuuksia verrattiin niiden teoreettiseen arvoon yhtälön

$$\Delta_A = \frac{A_k - A_{teor}}{A_{teor}} \quad (16)$$

mukaisesti. Termiä Δ_A verrattiin laskennallisiin epävarmuuksiin σ_{A_k} ja $\sigma_{A_{teor}}$.

Tehtävä 9

Jodijyvän aktiivisuus referenssiajankohtana oli 10 mCi. Laske jodijyvän ikä mittaushetkellä, kun $\Delta_A = 5$ % ja $A_k = 0.5$ mCi.

3.5 Lämpötila-painekorjauksen epävarmuus

Ionisaatiokammion paineen ja lämpötilan epävarmuudet arvioitiin seuraamalla lämpötila- ja painemittarien lukemia. Lämpömittarin lukema vaihteli mittausten aikana enintään 0.1 °C ja painemittarin lukema 0.1 hPa. Lämpötila-painekorjauskertoimen $k_{T,P}$ epävarmuus määräytyy paineen ja lämpötilan epävarmuuksista yhtälön

$$\sigma_{k_{T,P}} = \sqrt{\left(\frac{\partial k_{T,P}}{\partial T}\right)^2 \cdot \sigma_T^2 + \left(\frac{\partial k_{T,P}}{\partial P}\right)^2 \cdot \sigma_P^2} \quad (17)$$

mukaan.

Tehtävä 10

Laske lämpötila-painekorjauksen epävarmuus, kun ionisaatiokammion lämpötilaksi mitataan $T = (23 \pm 0.2)$ °C ja paineeksi $T = (102 \pm 1)$ kPa.

3.6 Vaimenemisen epävarmuus

Vaimennuskertoimen k_{att} epävarmuus johtuu useita tekijöistä. Fotonien kulkemaa matkaa väliaineessa ei voida tarkkaan mitata. Massavaimennuskertoimet ja väliaineiden tiheydet eivät ole täysin tarkkoja. Epävarmuus $\sigma_{k_{att}}$ määritettiin yhtälöä (8) käyttäen yhtälön

$$\sigma_{k_{att}} = \sqrt{\left(\frac{\partial k_{att}}{\partial \mu}\right)^2 \cdot \sigma_\mu^2 + \left(\frac{\partial k_{att}}{\partial x}\right)^2 \cdot \sigma_x^2} \quad (18)$$

mukaan. Tässä σ_μ on matkavaimennuskertoimen epävarmuus ja σ_x on fotonin väliaineessa kulkeman matkan x epävarmuus. Käytännössä tämä tarkoittaa paksuuden epävarmuutta neulansuojalle, johon ¹²⁵I-jyvät oli asetettu.

Koska σ_μ :n laskemiseen käytetään väliaineen tiheyttä, on väliaineen tiheyden epävarmuus otettava termiä $\sigma_{k_{att}}$ laskettaessa huomioon. Epävarmuudeksi σ_μ saadaan

$$\sigma_\mu = \sqrt{\left(\frac{\partial \mu}{\partial \mu_m}\right)^2 \cdot \sigma_{\mu_m}^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho}\right)^2 \cdot \sigma_\rho^2} \quad (19)$$

missä ρ on pidikemateriaalin tiheys. μ -arvot löytyvät XCOM tietokannasta.

Tehtävä 11

Laske korjaustermi k_{att} epävarmuus 35.49 keV:n fotonille pidikkessä, jonka paksuus on $(2 \pm 0.1 \text{ mm})$ ja materiaali PVC. Epävarmuudeksi σ_{μ_m} oletetaan $0.01 \frac{\text{MeV cm}^2}{g}$ ja PVC:n tiheyden epävarmuudeksi (σ_ρ) arvioidaan $0.05 \frac{g}{\text{cm}^3}$.

3.7 Korjaustermi k_{decay} epävarmuus

Epävarmuudet ajankohdissa t_0 ja t_m , sekä ^{125}I -lähteen puoliintumisaajassa vaikuttavat radioaktiivisen hajoamisen korjaustermiin (k_{decay}) yhtälön

$$\sigma_{k_{decay}} = \sqrt{\left(\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_m}\right)^2 \cdot \sigma_{t_m}^2 + \left(\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_0}\right)^2 \cdot \sigma_{t_0}^2 + \left(\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_{1/2}}\right)^2 \cdot \sigma_{t_{1/2}}^2} \quad (20)$$

mukaan. Tässä σ_{t_0} jodijyvän referenssipäivämäärän epävarmuus, σ_{t_m} on tämän työn mittauksen ajankohdan epävarmuus ja $\sigma_{t_{1/2}}$ on ^{125}I :n puoliintumisaajan epävarmuus.

Tehtävä 12

Laske korjaustermi k_{decay} suhteellinen epävarmuus $\left(\frac{\sigma_{k_{decay}}}{k_{decay}}\right)$ 10 päivää vanhalle jodijyvälle, kun ajankohtien t_0 ja t_m epävarmuus on 12 h ja 1 h ja puoliintumisaajan epävarmuus on 0.5 d. Laske tämän jälkeen $\sigma_{k_{decay}}$ 100 päivää vanhalle jodijyvälle ja arvioi, miten säteilylähteen ikääntyminen vaikuttaa sille määritettävän aktiivisuuden epävarmuuteen.

Viitteet

- [1] O. Pukkila (toim.), Säteilyn käyttö. Säteily- ja ydinturvallisuus -kirjasarja, STUK. Hämeenlinna. Karisto Oy:n kirjapaino, 2004.
- [2] Säteihoidon turvallisuus. <https://www.stuklex.fi/fi/ohje/ST2-1>. 18.4.2011.
- [3] J. Keyriläinen. LAADUNVARMISTUS JA KÄYTÖNAIKAISET HYVÄKSYTTÄVYYSKRITEERIT. Tykösädehoito, simulaattorit, annosuunnittelu ja mittauskalusto. Säteilyturvakeskus - Sädehoitofysikoiden 33. neuvottelupäivät.
- [4] http://www.nucleide.org/DDEP_WG/Nuclides/I-125_tables.pdf
- [5] https://www.physics.nist.gov/cgi-bin/Xcom/xcom3_2
- [6] INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY. Calibration of photon and beta ray sources used in brachytherapy. Guidelines on standardized procedures at Secondary Standards Dosimetry Laboratories (SSDLs) and hospitals. IAEA-TECDOC-1274. Vienna: IAEA, 2002.
- [7] M.J.Woods,S.M.Collins, S.A.Woods. NPL REPORT CAIR 8. Evaluation of half-life data. January 2004.

4 Vastauksia

Tehtävä 1

a. Keskiarvo:

$$\mu = \frac{1}{5}(0.7053 + 0.6499 + 0.7030 + 0.6993 + 0.6814)\text{mCi} \approx 0.6859 \text{ mCi}$$

Standardipoikkeama:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{5}[(0.7053 - \mu)^2 + (0.7399 - \mu)^2 + (0.7030 - \mu)^2 + (0.6993 - \mu)^2 + (0.6814 - \mu)^2]}\text{mCi}$$
$$\sigma \approx 0.027 \text{ mCi}$$

b. Yksittäisten jyvien aktiivisuuksien poikkeamat referenssin aktiivisuudesta:

$$\frac{0.7053-0.6939}{0.7053} \approx 1.62 \%$$

$$\frac{0.6499-0.6939}{0.6499} \approx -6.77 \%$$

$$\frac{0.7030-0.6939}{0.7030} \approx 1.29 \%$$

$$\frac{0.6993-0.6939}{0.6993} \approx -0.086 \%$$

$$\frac{0.6814-0.6939}{0.6814} \approx -1.83 \%$$

Aktiivisuuden keskiarvon poikkeama referenssin aktiivisuudesta:

$$\frac{0.6859-0.6939}{0.6859} \approx -1.17 \%$$

Jodijyvien aktiivisuuksien keskiarvo on -1.17 % referenssiaktiivisuudesta. Tämä on hyväksyttävyyden rajoissa, mutta joukosta löytyi yksittäinen jyvä, jonka aktiivisuus (0.6499 mCi) on yli 6 % referenssiaktiivisuutta pienempi. Tämän perusteella on syytä epäillä, että yksi jyvistä olisi vuotanut aktiivisuutta käytön aikana.

Tehtävä 2

$$A_k = \frac{N_k}{c} \cdot I \cdot k = \frac{N_k}{c} \cdot I \cdot k_{T,P} \cdot k_{att} \cdot k_G$$

$$A_k = \frac{2.11 \cdot 10^{11}}{1.27} \cdot 3.395 \text{ pA} \cdot 1.03 \cdot 0.98 \cdot 1.23 \approx 0.7003 \text{ mCi}$$

Tehtävä 3

$$A = A_0 e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} t}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} t}$$

$$\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = \ln\left(e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} t}\right) = -\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} t$$

$$t = -\frac{T_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\frac{59.4}{\ln(2)} \ln\left(\frac{5}{0.7}\right) \text{ d} = 168.5 \text{ d}$$

Tehtävä 4

Käytetään yhtälöä (8), missä erotus $t_m - t_0$ on nyt 10 d:

$$A_{teor} = A_{ref} e^{-\ln(2) \frac{10}{59.4}} = 15.1 \text{ mCi}$$

Tehtävä 5

$$\text{Matkavaimennuskertoimen } \mu = \rho \cdot \frac{\mu}{\rho} = 1.4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 2.123 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} = 2.9722 \frac{1}{\text{cm}}$$

Lasketaan yhtälöä (9) käyttäen, kuinka suuri osa fotoneista läpäisee pidikkeen:

$$\frac{I_f}{I_i} = e^{-\mu \cdot x} = e^{-2.9722 \frac{1}{\text{cm}} \cdot 0.2 \text{ cm}} = 0.5518$$

$$\text{Fotoneista vaimenee pidikkeeseen } 1 - \frac{I_f}{I_i} = 1 - 0.5518 = 0.4482 \approx 44.8 \%$$

Tehtävä 6

$$k_{T,P} = \frac{273.15+T}{273.15+T_0} \cdot \frac{P_0}{P} = \frac{273.15+24}{273.15+20} \frac{101.25}{99.5} = 1.031428... \approx 1.03$$

Tehtävä 7

$$k_G = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \left(\frac{I_{1,i}}{I_{2,i}} \right)$$

$$k_G = \frac{1}{5} \left[\left(\frac{93.95}{75.05} \right) + \left(\frac{93.22}{73.95} \right) + \left(\frac{99.52}{80.88} \right) + \left(\frac{91.82}{72.70} \right) + \left(\frac{100.21}{80.79} \right) \right]$$

$$k_G = 1.249251... \approx 1.25$$

Tehtävä 8

$$\frac{\partial A_{teor}}{\partial A_{ref}} = k_{decay} = \exp\left(-\frac{\ln(2)(t_m - t_0)}{t_{1/2}}\right) \text{ ja } \frac{\partial A_{teor}}{\partial k_{decay}} = A_{ref}$$

$$\sigma_{A_{teor}} = \sqrt{\left(\frac{\partial A_{teor}}{\partial A_{ref}}\right)^2 \cdot \sigma_{A_{ref}}^2 + \left(\frac{\partial A_{teor}}{\partial k_{decay}}\right)^2 \cdot \sigma_{k_{decay}}^2}$$

$$\sigma_{A_{teor}} = \sqrt{\left(\exp\left(-\frac{\ln(2)(t_m - t_0)}{t_{1/2}}\right)\right)^2 \cdot \sigma_{A_{ref}}^2 + A_{ref}^2 \cdot \sigma_{k_{decay}}^2}$$

$$\sigma_{A_{teor}} = \sqrt{\left(\exp\left(-\frac{\ln(2) \cdot 50}{59.4}\right)\right)^2 \cdot 0.05^2 + 5^2 \cdot 0.01^2} \text{ mCi}$$

$$\sigma_{A_{teor}} = 0.0572566 \dots \text{ mCi} \approx 0.057 \text{ mCi}$$

Tehtävä 9

$$\Delta_A = \frac{A_k - A_{teor}}{A_{teor}} = \frac{A_k - A_{ref} \cdot \exp\left(-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t\right)}{A_{ref} \cdot \exp\left(-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t\right)} = \frac{A_k}{A_{ref}} \cdot \exp\left(\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t\right) - 1$$

$$\exp\left(\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t\right) = \Delta_A + 1$$

$$\ln\left(\exp\left(\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t\right)\right) = \ln(\Delta_A + 1) = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t$$

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \cdot$$

$$\ln(\Delta_A + 1) = \frac{59.4}{\ln(2)} \cdot$$

$$\ln(0.05 + 1) \text{ d}$$

$$t = 4.18113... \text{ d} \approx 4.2 \text{ d}$$

Tehtävä 10

$$\frac{\partial k_{T,P}}{\partial T} = \frac{1}{273.15 + T_0} \cdot \frac{P_0}{P}$$

$$\frac{\partial k_{T,P}}{\partial P} = \frac{273.15 + T}{273.15 + T_0} \cdot \left(-\frac{P_0}{P^2}\right)$$

$$\Delta_{k_{T,P}} = \sqrt{\left(\frac{\partial k_{T,P}}{\partial T}\right)^2 \cdot \sigma_T^2 + \left(\frac{\partial k_{T,P}}{\partial P}\right)^2 \cdot \sigma_P^2}$$

$$\Delta_{k_{T,P}} = \sqrt{\left(\frac{1}{273.15+T_0} \cdot \frac{P_0}{P}\right)^2 \cdot \sigma_T^2 + \left(\frac{273.15+T}{273.15+T_0} \cdot \left(-\frac{P_0}{P^2}\right)\right)^2 \cdot \sigma_P^2} = 0.00985... \approx 1 \%$$

Tehtävä 11

Lasketaan ensin epävarmuun matkavaimennuskertoimelle:

$$\sigma_\mu = \sqrt{\left(\frac{\partial \mu}{\partial \mu_m}\right)^2 \cdot \sigma_{\mu_m}^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho}\right)^2 \cdot \sigma_\rho^2} = \sqrt{\rho^2 \cdot \sigma_{\mu_m}^2 + \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2 \cdot \sigma_\rho^2}$$

$$\sigma_\mu = \sqrt{\left(1.4 \frac{g}{cm^3}\right)^2 \cdot \left(0.01 \frac{cm^2}{g}\right)^2 + \left(2.123 \frac{cm^2}{g}\right)^2 \cdot \left(0.05 \frac{g}{cm^3}\right)^2}$$

$$\sigma_\mu = 0.107069... \frac{1}{cm} \approx 0.107 \frac{1}{cm}$$

Vaimenemisen korjaustermin epävarmuudeksi saadaan

$$\sigma_{k_{att}} = \sqrt{\left(\frac{\partial k_{att}}{\partial \mu}\right)^2 \cdot \sigma_\mu^2 + \left(\frac{\partial k_{att}}{\partial x}\right)^2 \cdot \sigma_x^2}$$

$$\sigma_{k_{att}} = \sqrt{(-x \cdot e^{-\mu x})^2 + \sigma_\mu^2 + (-\mu \cdot e^{-\mu x})^2 \cdot \sigma_\rho^2}$$

Tehtävä 12

$$k_{decay} = \exp\left(-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}(t_m - t_0)\right)$$

$$\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_m} = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}}(t_m - t_0)\right)$$

$$\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_0} = -\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}}(t_m - t_0)\right)$$

$$\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_{1/2}} = \frac{\ln(2)(t_m - t_0)}{t_{1/2}^2} \cdot \exp\left(-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}}(t_m - t_0)\right)$$

10 päivää vanhalle jodijyvälle

$$k_{decay} = 0.88986... \approx 0.89$$

$$\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_m} = 0.0103839 \dots \frac{1}{d} \approx 0.0104 \frac{1}{d}$$

$$\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_0} = -0.0103839 \dots \frac{1}{d} \approx -0.0104 \frac{1}{d}$$

$$\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_{1/2}} = 0.00174813 \dots \frac{1}{d} \approx 0.00175 \frac{1}{d}$$

$$\sigma_{k_{decay}} = \sqrt{\left(\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_m}\right)^2 \cdot \sigma_{t_m}^2 + \left(\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_0}\right)^2 \cdot \sigma_{t_0}^2 + \left(\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_{1/2}}\right)^2 \cdot \sigma_{t_{1/2}}^2} \approx 5.28 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Suhteellinen virhe: } \frac{\sigma_{k_{decay}}}{k_{decay}} = \frac{5.28 \cdot 10^{-3}}{0.89} \approx 0.59 \%$$

100 päivää vanhalle jodijyvälle

$$k_{decay} = 0.311326 \dots \approx 0.31$$

$$\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_m} = 0.00363291 \dots \frac{1}{d} \approx 0.00363 \frac{1}{d}$$

$$\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_0} = -0.00363291 \dots \frac{1}{d} \approx -0.00363 \frac{1}{d}$$

$$\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_{1/2}} = 0.00611601 \dots \frac{1}{d} \approx 0.00612$$

$$\sigma_{k_{decay}} = \sqrt{\left(\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_m}\right)^2 \cdot \sigma_{t_m}^2 + \left(\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_0}\right)^2 \cdot \sigma_{t_0}^2 + \left(\frac{\partial k_{decay}}{\partial t_{1/2}}\right)^2 \cdot \sigma_{t_{1/2}}^2}$$

$$\sigma_{k_{decay}} = 0.00356003 \dots \approx 3.56 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Suhteellinen virhe: } \frac{\sigma_{k_{decay}}}{k_{decay}} = \frac{3.56 \cdot 10^{-3}}{0.31} \approx 1.1 \%$$

Huomataan, että jodijyvän aktiivisuuden epävarmuus kasvaa lähteen vanhetessa. Säteilylähteen aktiivisuuden väheneminen pienentää sen tuottamaa ionisaatiovirtaa. Ionisaatiovirran heikkeneminen kasvattaa sen määrittämisen epävarmuutta.