

Piirtoheitinkalvon elastisuus

Tämän työn oppimistavoitteena on, että malleilla on rajoitteita, joiden sisällä ne toimivat hyvin ja joiden ulkopuolella niitä ei sovi käyttää. Työn mittausta on melko yksinkertainen. Data-analyysissä täytyy valita datasta lineaarinen osa, johon sovitetaan suora. Mittaamiseen menee n. 30 minuuttia ja data-analyysiin n. 30 minuuttia. Työ sopii esimerkiksi kurssille/moduuliin voima ja liike.

Jousia ja jousen lailla käyttäytyviä kappaleita voi olla monenlaisia. Tässä työssä perehdytään sylinteriksi teipatun piirtoheitinkalvon elastisiin ominaisuuksiin ja määritetään kalvolle taivutusjäykkyys κ ja kimmokerroin Y .

Sylinterijouseen varastoitunut elastinen energia on

$$E_{\text{el}} = \frac{\kappa}{2} \frac{1}{R_c^2} A,$$

jossa A on sylinterin vaipan ala, R_c on sylinterin säde ja parametria κ sanotaan taivutusjäykkyudeksi. Kun kalvoa puristetaan kasaan riittävällä voimalla, sen poikkileikkauksen muotoa voi arvioida "stadionilla", eli kahden janan ja kahden puoliympyrän rajaamaa aluetta, ks. alla olevaa kuvaa. Puristetulle systeemille energia on minimissään, kun

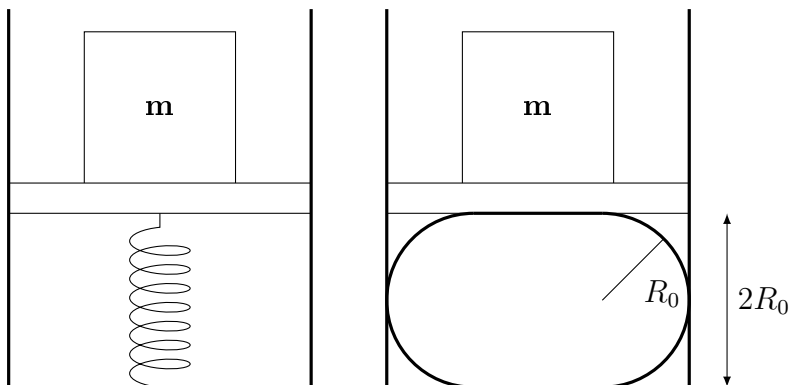
$$R_0^2 = \frac{l\kappa\pi}{2F}, \tag{1}$$

jossa l on sylinterin pituus ja F on sylinterin painamiseen käytetty voima. Levossa oleva fyysikaalinen systeemi asettuu tilaan, jossa sen energia on mahdollisimman pieni.

Välineet

- Vaaka
- Statiivi
- Levy, jonka voi kiinnittää statiiviin

Tekijä: Lasse Manninen, lasse.m.manninen@gmail.com. Tämä materiaali on lisensoitu Nimeä-JaaSamoin 4.0 Kansainvälinen (CC BY-SA 4.0) -lisenssillä.



Kuva 1: Periaatekuva mittauslaitteistosta. Sylinteriksi teipattu piirtoheitinkalvo vertautuu sylinterijouseen.

- Piirtoheitinkalvo
- Teippiä
- Mittanauha
- Työntömitta

Mittauksen kulku

Tehtävänäsi on määrittää piirtoheitinkalvon taivutusjäykkyys κ .

1. Kääri piirtoheitinkalvo sylinteriksi ja kiinnitä se teipillä.
2. Kiinnitä levy stativiin, laita vaaka levyn alle ja piirtoheitinkalvo vaa'alle.
3. Mittaa levyn ja vaa'an välinen etäisyys ja vaa'an näyttämä massa. Mittausaineiston analyysi onnistuu parhaiten, kun otat paljon mittauspisteitä suuremmilla vaa'an lukemilla.
4. Esitä mittauksesi sopivana kuvaajana.¹
5. Määritä kuvaajasi avulla taivutusjäykkyys κ . Huomaa, että stadion-arvio pätee vain riittävän suurilla voimilla, eli datasi on lineaarista vain osassa mittauspisteitä.

¹Vihje: R_0^2 on lineaarinen $1/m$:n suhteen.

Taivutusjäykkyys riippuu materiaalin elastisuutta kuvaavasta kimmokertoimesta Y seuraavasti

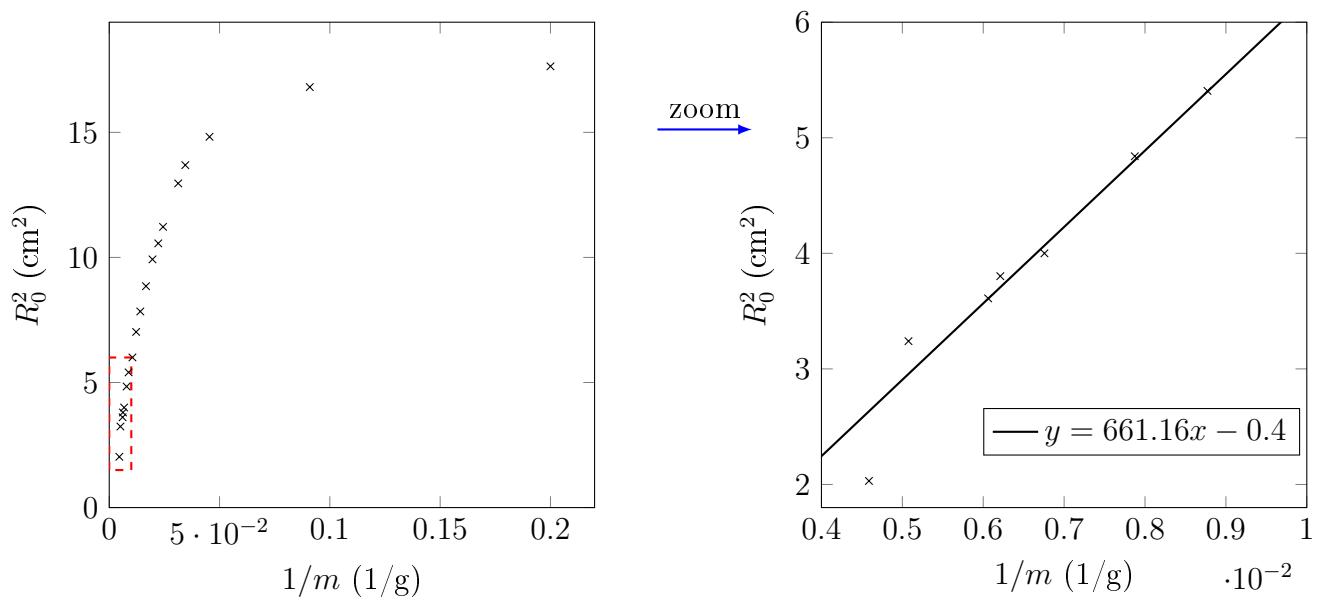
$$\kappa = \frac{Yd^3}{12(1 - \nu^2)},$$

jossa d on kalvon paksuus ja ν on materiaalista riippuva vakio, joka on useille materiaaleille $\nu \approx 1/3$.

6. Määritä piirtoheitinkalvon kimmokerroin Y .

Lisätehtävä

Taivuta piirtoheitinkalvo sylinteriksi toisinpäin (pitkittäin tai poikittain) ja määritä uudelleen taivutusjäykkyys ja kimmokerroin.



Kuva 2: Data mallimittauksesta ja silmämääräinen sovitus datan lineaariseen osaan.

Mallityö

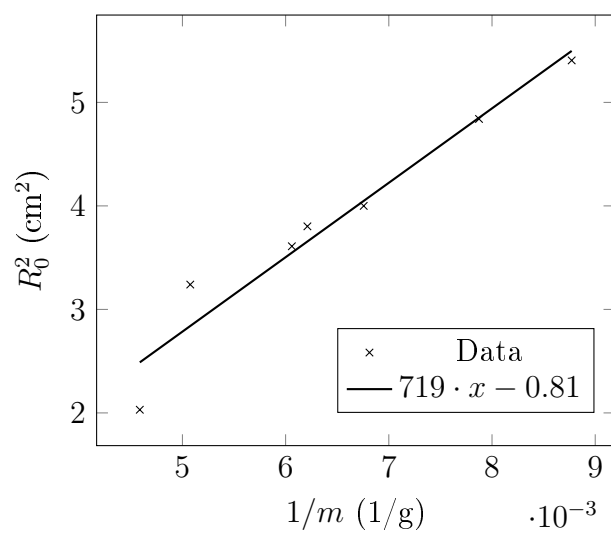
Kun mitataan kalvoa painavan levyn alapinnan etäisyys vaa'an pinnasta, saadaan $2R_0$. Yhtälön 1 mukaan data kannattaa esittää $(R_0^2, 1/m)$ -kuvaajassa. Kuvaajasta valitaan silmämääräisesti ne pisteet, joissa suureiden riippuvuus on lineaarinen ja näihin pisteisiin sijoitetaan suora joko silmämääräisesti tai laskennallisesti. Sovitetun suoran kulmakertoimesta m saadaan

$$m = \frac{l\kappa\pi}{2g} \quad \Longleftrightarrow \quad \kappa = m \frac{2g}{l\pi}.$$

Silmämääräiselläkin sovituksella voi päästä lähelle laskennallista sovituksella. Jos laskennallisen sovituksen tekeminen onnistuu, sitä kannattaa harjoitella. Yksiköiden kanssa tulee olla tarkkana, sillä $\text{mm}^2 = 10^{-2}\text{cm}^2 = 10^{-6}\text{m}^2$ ja $1/\text{g} = 1000 \cdot 1/\text{kg}$.

Kimmokertoimen määrittämiseksi tarvitsee vain mitata piirtoheitinkalvon paksuus. Kalvojen paksuudet ovat suuruusluokkaa $0.05 - 0.25\text{mm}$.

Vertailuarvona taivutusjäykkyydelle voi käyttää väliä $0,5 - 2\text{mN m}$. Taivutusjäykkyys riippuu siitä, taivuttiko piirtoheitinkalvon sylinteriksi pitkittäin vai poikittain. Kimmo- kertoimien suuruusluokka on GPa.



Kuva 3: PNS-sovitus mittausdatan lineaariseen osaan.

Kuvan 3 laskennallisesta sovituksesta saadaan taivutusjäykkyydeksi $\kappa \approx 2,1 \text{ mNm}$ ja kimmokertoimeksi $Y \approx 2,9 \text{ GPa}$.