

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Tehtävällä on yksi tai useampi numero maksimipistemäärän mukaan. Muiden kuin koodaa tai piirrä -tehtävien mallivastaukset ovat melko lyhyet, tyypillisesti 1, ..., 3 riviä pistettä kohti.

1. Puolitushausta on olemassa eri versioita. Miksi joitakin niistä ei voida testata siten, että etsitään avaimen paikka taulukosta jollain muulla, luotettavalla tavalla, ja verrataan testi-kohteen vastausta siihen?

- 2&3. Luettele kolme virhettä tai muuta huonoutta oheisessa yrityksessä toteuttaa eräs algoritmi. Kerro jokaisesta virheestä tai huonoudesta, mitä haittaa se aiheuttaa, olettaen että muut virheet on korjattu mutta sitä ei.
- ```
1 for i := 0 to A.koko - 1 do
2 apu := A[i]; j := i
3 while A[j - 1].x ≥ apu.x && j > 0 do
4 A[j] := A[j - 1]; j = j - 1
5 A[j] := apu
```

4. Mikä on heapsortin (kekojärjestäminen) tärkein etu muihin nopeisiin järjestämisalgoritmeihin verrattuna?
5. Mikä on mergesortin (lomitusjärjestäminen) tärkein etu muihin nopeisiin järjestämisalgoritmeihin verrattuna?

Tentissä kysyttiin erään algoritmin ajan kulutusta. Joku vastasi  $O(n\sqrt{n})$  ja joku toinen  $\Theta(n\sqrt{n})$ .

6. Onko mahdollista, että  $O(n\sqrt{n})$  on matemaattisesti oikein mutta  $\Theta(n\sqrt{n})$  matemaattisesti väärin? Perustele vastauksesi lyhyesti.
7. Onko mahdollista, että  $\Theta(n\sqrt{n})$  on matemaattisesti oikein mutta  $O(n\sqrt{n})$  matemaattisesti väärin? Perustele vastauksesi lyhyesti.
8. Voiko jompikumpi vastaus olla matemaattisesti oikein mutta ei silti ansaitse ainakaan täysiä pisteitä? Perustele vastauksesi lyhyesti.
9. Kirjoita pseudo- tai ohjelmakoodina yksinkertainen algoritmi, joka havainnollistaa tehtävän 6, 7 tai 8 vastaustasi. Kerro, minkä tehtävän vastausta se havainnollistaa.

Bellman–Ford-algoritmi käsittelee suunnattuja graafeja, joiden kullakin kaarella on pituus. Sen yksinkertaisin versio tekee erään määrän kierroksia. Kullakin kierroksella se käy kaikki kaaret läpi. Jos tutkittavan kaaren kautta saadaan aikaisemmin löydettyjä lyhyempi reitti kaaren loppupään solmuun, niin se merkitään solmun tietoihin. Jos mahdollisimman lyhyt reitti lähdöstä maaliin on olemassa, niin se halutaan lopuksi tulostaa.

10. Mitkä ovat kaksi tärkeintä suunnatun graafia kokoa koskevaa tietoa? Vastaukseksi ei riitä antaa kaksi muuttujan nimeä, vaan pitää myös kertoa sanallisesti, mitä ne tarkoittavat.
11. Ilmaise kierrosten määrä syötteenä annetun graafin kokoa koskevien tietojen avulla.
12. Ilmaise kullakin kierroksella tehtävä työmäärä  $O$ -,  $\Theta$ - tms. merkinnällä.
13. Piirrä esimerkki suunnatusta graafista, jossa on reitti lähtösolmusta maalisolmuun mutta ei ole mahdollisimman lyhyttä reittiä.
14. Mitä tietoja pitää liittää kuhunkin solmuun Bellman–Ford-algoritmin toteutuksessa?
15. Mitä tietoja pitää liittää kuhunkin kaareen Bellman–Ford-algoritmin toteutuksessa?

**Käännä**

Seuraavissa tehtävissä tarkastellaan hajautustauluja.

16. Piirrä hajautustaulu, jossa hajautusfunktiona on  $n \bmod 5$  ja tallennettuna ovat 27, 28, 42, 270, 512 ja 1863.
17. Minkälaisessa tilanteessa etsintä avaimen perusteella hidastuu olennaisesti?
18. Minkälaisessa tilanteessa muistia kuluu paljon suhteessa hyötytiedon määrään?
19. Minkä palvelun tasapainotettu binäärihakupuu tuottaa nopeasti, mutta hajautustaulu ei tuota?

Seuraavaksi käsitellään binäärihakupuita. Ota huomioon, että binäärihakupuu saa olla tyhjä!

20. Kirjoita ei-rekursiivinen algoritmi, joka saa osoittimen  $s$  juureen ja etsii suuruusjärjestyksessä viimeisen solmun.
21. Kirjoita rekursiivinen algoritmi, joka saa osoittimen juureen ja palauttaa puun korkeuden.
22. Kerro sanallisesti, miten solmusta alkaen voidaan tehokkaasti löytää suuruusjärjestyksessä seuraava solmu.
- 23&24. Kirjoita ei-rekursiivinen algoritmi, joka saa osoittimen  $s$  solmuun ja etsii suuruusjärjestyksessä seuraavan solmun.

Pudotuskokeita varten on varattu  $n$  testikappaletta. Pudotuksessa testikappale joko särkyi tai säilyi täysin ehjänä. Testikappaletta voi käyttää uudessa pudotuksessa jos ja vain jos se ei särkynyt. Jos jokin testikappale särkyi pudotettaessa joltakin korkeudelta, niin jokainen testikappale särkyi pudotettaessa siltä tai suuremmalta korkeudelta. Eri korkeuksia on  $k$  kappaletta.

Oheinen aliohjelma suunnittelee koesarjan, jolla saadaan mahdollisimman vähillä pudotuksilla selville pienin korkeus, jolta pudotettaessa testikappaleet särkyvät, tai tieto, että testikappaleet kestävät pudotuksen suurimmaltakin korkeudelta. Aliohjelma palauttaa enimmillään tarvittavan pudotusten määrän. Alkuperäinen kutsu on `luo_taulukko valinta[k+1][n+1]; int t = tulos( k, n );`. Jos  $k > 0$  ja  $n > 0$ , niin aliohjelman lopetettua `valinta[k][n]` kertoo, miltä korkeudelta pitää pudottaa, siten että 0 on matalin niistä korkeuksista jotka vielä pitää tutkia, 1 on toiseksi matalin ja niin edelleen. Rivillä 3 palautettava ääretön kertoo, että tehtävä on mahdoton, koska 0 testikappaletta ei riitä tarpeeksi moneen pudotukseen.

```
1 int tulos(int k, int n){
2 if(k == 0){ return 0; }
3 if(n == 0){ return ääretön; }
4 int min = ääretön;
5 for(int i = 0; i < k; ++i){
6 int uusi = maksimi(tulos(i, n-1), tulos(k-i-1, n));
7 if(uusi < min){ min = uusi; valinta[k][n] = i; }
8 }
9 return min+1;
10 }
```

25. Meneekö `tulos` rikki, jos rivit 2 ja 3 vaihdetaan keskenään? Perustele.
- 26&27. Miksi rivin 6 rekursiivisten kutsujen parametreina on  $i$  ja  $n-1$  sekä  $k-i-1$  ja  $n$ ?
28. Miksi `tulos` on erittäin hidas jo melko pienillä  $k$  ja  $n$ ?
- 29&30. Luonnostele muutokset, joilla `tulos` saadaan paljon nopeammaksi. Kerro mitä ja mihin kohtiin (esim. rivien 1 ja 2 väliin) lisätään, muutetaan ja/tai poistetaan.

## Loppu