Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Tehtävällä on yksi tai useampi numero maksimipistemäärän mukaan. Muiden kuin koodaa tai piirrä -tehtävien mallivastaukset ovat melko lyhyet, tyypillisesti 1, …, 3 riviä pistettä kohti.

1. Anna esimerkki tilanteesta, jossa algoritmeista A ja B kannattaa valita se, joka on Θ-merkinnällä ilmaistuna huonompi.

2. Taulukossa $A[0 \ldots n-1]$ on kokonaislukuja. Kirjoita pseudokoodi tai ohjelmanpätkä, jonka jälkeen muuttujassa `ok` on `true` jos ja vain jos A on keko suurin ensin.

3. Kaupungissa on monta tehdasta ja monta paloasemaa. Halutaan suunnitella reitti kuhunkin tehtaaseen siitä paloasemasta, josta saadaan lyhin reitti. Käytettävissä on Dijkstran reitinetsintäalgoritmin toteutus, joka sallii monta maalisolmua mutta vain yhden lähtösolmun. Karttaa voi muuttaa. Miten toteutuksen saa toimimaan monelle paloasemalle?

4. Mitä tarkoittavat binääripuun solmun *korkeus* (*height*) ja *syvyys* (*depth*)?

5&6. Tarkastellaan jonkin avaimen esiintymistä useasti tasapainotetussa binäärihakupuussa. Mitkä seuraavista ovat mahdollisia (K, ”kyllä”) ja mitkä mahdottomia (E, ”ei”)? Kukin oikea vastaus $+\frac{1}{2}$ p, väärä $-\frac{1}{2}$ p, tyhjä 0 p. Yhteensä min 0 p. ja max 2 p.
(a) Se esiintyy juuressa ja vasemmassa alipuussa, mutta ei oikeassa alipuussa.
(b) Se esiintyy juuressa ja oikeassa alipuussa, mutta ei vasemmassa alipuussa.
(c) Se esiintyy molemmissa alipuissa mutta ei juuressa.
(d) Se esiintyy sekä molemmissa alipuissa että juuressa.

7. Valitse jokin edellisen tehtävän vastauksistasi (a), (b), (c) tai (d), ja perustele se.

8&9. Taulukko $[1108, 2105, 2026, 4211]$ järjestetään kantalukujärjestämisellä (radix sort). Avaimen osina ovat luvun yksittäiset numerot. Esimerkiksi 2026 sisältää neljä osaa: 2, 0, 2 ja 6. Missä järjestyksessä taulukko on (a) ensimmäisen (b) toisen (c) 3. kierroksen jälkeen?

Graafista on valittu yksi solmu lähtösolmuksi. Solmun *etäisyys* on mahdollisimman pieni määrä kaaria, joita pitkin siihen pääsee lähtösolmusta. Mitä voidaan päätellä solmun v etäisyydestä seuraavissa tapauksissa?

10. Suunnatun graafin solmun u etäisyys on d ja solmusta u on kaari solmuun v.

11. Suunnatun graafin solmun u etäisyys on d ja solmusta v on kaari solmuun u.

12. Suuntaamattoman graafin solmun u etäisyys on d ja solmujen u ja v välillä on kaari.

Taulukossa $P[0 \ldots n-1]$ on luvut 0, …, $n-1$ jossakin järjestyksessä. Jos aloitetaan mistä tahansa $0 \leq i < n$ ja lasketaan $P[i]$, $P[P[i]]$, $P[P[P[i]]]$ ja niin edelleen, niin lopulta tullaan takaisin lukuun i. Nämä luvut yhdessä muodostavat *silmukan*. Esimerkiksi taulukossa $[2, 3, 1, 0]$ on yksi silmukka $0 \rightsquigarrow 2 \rightsquigarrow 1 \rightsquigarrow 3 \rightsquigarrow 0$, ja taulukossa $[0, 1, 2, 3]$ on neljä silmukkaa.

13. Kirjoita taulukko, jossa on neljä alkiota ja kaksi silmukkaa.

14. Perustele, että luku johon tullaan takaisin, on nimenomaan i.

15. Kerro sanallisesti, miten voidaan laskea, kuinka monta silmukkaa on P:ssä.

16&17. Kirjoita ohjelmanpätkä, joka laskee, kuinka monta silmukkaa on P:ssä.

Käännä

Hajautustaulussa on n alkiota ja kantataulukon koko on M. Osoitin eli linkki vie 8 tavua ja hyötykuorma h tavua. Kurssilla kantataulukon alkiot olivat pelkkiä osoittimia, mutta vaihtoehtoisesti niissäkin voi olla myös hyötykuorma. Tyhjän alkion hyötykuorman tilalla on ~0u.

18. Kuinka paljon muistia vie kurssin hajautustaulu ja kuinka paljon vaihtoehtoinen hajautustaulu, jos täsmälleen neljäsosa listoista on tyhjiä?

19. Millä h:n, n:n ja M:n arvoyhdistelmillä vaihtoehtoinen hajautustaulu vie vähemmän muistia kuin kurssin hajautustaulu, jos täsmälleen neljäsosa listoista on tyhjiä?

20. Piirrä vaihtoehtoinen hajautustaulu, kun hajautusfunktiona on $x \bmod 5$ ja alkiot ovat 21, 999, 2026, 42 ja 11.

Seuraavissa tehtävissä tarkastellaan oheista ohjelmanpätkää. Se laskee, kuinka monta muutosta tarvitaan muuttamaan merkkijono `A` merkkijonoksi `B`. Esimerkiksi `talo`sta tulee `pallo` kahdella muutoksella: `talo` `palo` `pallo`. Funktio `std::min(`x, y`)` palauttaa pienemmän luvuista x ja y. Olkoot `A`:n pituus n ja `B`:n pituus m. Tarkoittakoon `X[`$i \ldots j$`]` merkkijonon `X` merkkejä kohdasta i alkaen kohtaan j saakka. Esimerkiksi jos `X` = `pituus`, niin `X[1...3]` = `itu`.

```
1  std::vector< unsigned > paras( A.size() + 1 );
2  for( unsigned i = 0; i <= A.size(); ++i ){ paras[i] = i; }
3  for( unsigned j = 1; j <= B.size(); ++j ){
4    unsigned vanha = paras[0]; paras[0] = j;
5    for( unsigned i = 1; i <= A.size(); ++i ){
6      unsigned uusi = paras[i];
7      if( A[i-1] == B[j-1] ){ paras[i] = vanha; vanha = uusi; continue; }
8      paras[i] = std::min( paras[i], vanha );
9      paras[i] = std::min( paras[i], paras[ i-1 ] );
10     ++paras[i]; vanha = uusi;
11   }
12 }
```

21. Ilmaise ajan kulutus hitaimmillaan Θ-, O-, Ω- tms. merkinnällä.

22. Ilmaise ajan kulutus nopeimmillaan Θ-, O-, Ω- tms. merkinnällä.

23. Ilmaise lisämuistin kulutus enimmillään Θ-, O-, Ω- tms. merkinnällä. Ilmaise lisämuistin kulutus vähimmillään Θ-, O-, Ω- tms. merkinnällä.

24. Perustele jokin edellä ilmoittamasi ajan kulutus.

25. Perustele jokin edellä ilmoittamasi lisämuistin kulutus.

26. Miten huonoimman tapauksen lisämuistin kulutusta voi jonkin verran parantaa, jos `A` ja `B` ovat kovin eripituiset?

27. Missä vastaus on, kun ohjelmanpätkä on lopettanut?

		p	a	l	l	o
	0	1	2	3	4	5
t	1	1	2	3	4	5
a	2	2	1	2	3	4
l	3	x	2	y	2	3
o	4	z	3	t	2	2

28. Kirjoita oheisen taulukon x:n, y:n, z:n ja t:n tilalle kuuluvat tiedot.

29. Rivin 7 alussa `uusi` sisältää tiedon, kuinka monta muutosta tarvitaan muuttamaan eräs merkkijono erääksi merkkijonoksi. Mitkä ovat nämä kaksi merkkijonoa?

30. Jos `paras[i]` muuttuu rivillä 9, niin minkä muutoksen ohjelmanpätkä valitsi?

Loppu