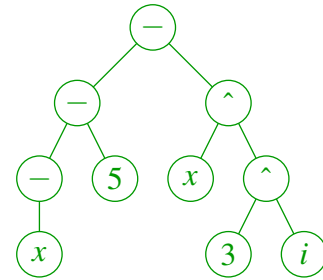


Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Kukin tehtävä on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Suurin osa mallivastauksista on korkeintaan 2 riviä pitkiä.



1&2. Piirrä lausekkeen $-x - 5 - x^{3^i}$ lausekepuu.

Tarkoittakoon E että opiskelija suoritti tentin, L että hän suoritti laskuharjoitukset ja O että hän suoritti ohjelmointitehtävän. Kirjoita kaavat, jotka sanovat seuraavat asiat.

- 3. Hän suoritti ainakin yhden näistä kolmesta. $E \vee L \vee O$
- 4. Hän suoritti tentin, mutta ei suorittanut ohjelmointitehtävää. $E \wedge \neg O$
- 5. Jos hän ei suorittanut laskuharjoituksia, niin hän suoritti ohjelmointitehtävän. $\neg L \rightarrow O$

Seuraavissa tehtävissä tarkastellaan kaavaa $P \wedge Q \vee \neg P \wedge R \vee \neg(P \wedge Q) \wedge \neg R$. Määrittelemätön totuusarvo \mathbf{U} ei ole käytössä. Käytä symboleita $\Leftarrow, \Leftrightarrow, \Rightarrow$ ja \equiv kuten kurssilla on opetettu.

- 6. Sijoita $P \equiv \mathbf{F}$ ja sievennä. Näytä tulos heti sijoituksen jälkeen, hyödyllisiksi katsomasi välivaiheet ja lopputulos.
 $\mathbf{F} \wedge Q \vee \neg \mathbf{F} \wedge R \vee \neg(\mathbf{F} \wedge Q) \wedge \neg R \Leftrightarrow \mathbf{F} \vee \mathbf{T} \wedge R \vee \neg \mathbf{F} \wedge \neg R \Leftrightarrow R \vee \mathbf{T} \wedge \neg R \Leftrightarrow R \vee \neg R \Leftrightarrow \mathbf{T}$
- 7. Kuten edellinen tehtävä, mutta nyt sijoita $P \equiv \mathbf{T}$.
 $\mathbf{T} \wedge Q \vee \neg \mathbf{T} \wedge R \vee \neg(\mathbf{T} \wedge Q) \wedge \neg R \Leftrightarrow Q \vee \mathbf{F} \wedge R \vee \neg Q \wedge \neg R \Leftrightarrow Q \vee \mathbf{F} \vee \neg Q \wedge \neg R$
 $\Leftrightarrow Q \vee \neg Q \wedge \neg R \Leftrightarrow Q \vee \neg R$
- 8. Onko tarkasteltava kaava aina tosi? Perustele se edellisten tehtävien vastauksien avulla, tai anna sille vastaesimerkki. **Kun $P \equiv R \equiv \mathbf{T}$ ja $Q \equiv \mathbf{F}$, se tuottaa \mathbf{F} .**

Monenlaisia tehtäviä

- 9. Kirjoita kaava, jossa ei esiinny funktiota $|\dots|$, ja joka on tosi täsmälleen silloin kun $5 - 3x = |x - 1|$ on tosi.
 $x < 1 \wedge 5 - 3x = 1 - x \vee x \geq 1 \wedge 5 - 3x = x - 1$
- 10&11. Ratkaise $5 - 3x = |x - 1|$. Käytä symboleita $\Leftarrow, \Leftrightarrow, \Rightarrow$ ja \equiv kuten kurssilla on opetettu.
 $5 - 3x = 1 - x \Leftrightarrow 4 = 2x \Leftrightarrow x = 2$ ja $5 - 3x = x - 1 \Leftrightarrow 6 = 4x \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$, joten
 $x < 1 \wedge 5 - 3x = 1 - x \vee x \geq 1 \wedge 5 - 3x = x - 1 \Leftrightarrow x < 1 \wedge x = 2 \vee x \geq 1 \wedge x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$
- 12. Ratkaise $x(2x + 3) > 0$. Käytä symboleita $\Leftarrow, \Leftrightarrow, \Rightarrow$ ja \equiv kuten kurssilla on opetettu.
 $x > 0 \wedge 2x + 3 > 0 \vee x < 0 \wedge 2x + 3 < 0 \Leftrightarrow x > 0 \wedge x > -\frac{3}{2} \vee x < 0 \wedge x < -\frac{3}{2} \Leftrightarrow$
 $x < -\frac{3}{2} \vee x > 0$
[Koululaisen matematiikka 8, Laaja kurssi, Vilenius & Yrjönsuuri 1974, sivu 185]
- 13. Luku 2^{10} on hieman suurempi kuin 10^3 . Anna se kokonaisluku n , jolle 2^{100} on hieman suurempi kuin 10^n .
 $2^{100} = (2^{10})^{10} \approx (10^3)^{10} = 10^{30}$, joten $n = 30$.
- 14. Kuinka monta numeroa on luvussa 2^{100} ? 31

15. Laske seuraavat: (a) $\log_2 8$ (b) $\log_{10} 10000$ (c) $\log_7 1$ (d) $\log_2 8n^5$.
 (a) 3 (b) 4 (c) 0 (d) $3 + 5 \log_2 n$
16. Sievennä $\frac{15a^3b}{50a^2b^4}$, kun $a \neq 0 \wedge b \neq 0$. $\frac{3a}{10b^3}$
 [Koululaisen matematiikka 8, Laaja kurssi, Vilenius & Yrjönsuuri 1974 sivu 254]
17. Eräässä kaupungissa on yksisuuntainen, 40 m pitkä katu risteyksestä A risteykseen B. Lyhin yksisuuntainen reitti rautatieasemalta risteykseen A on 750 m pitkä. Mitä voidaan päätellä lyhimmän rautatieasemalta risteykseen B vievän reitin pituudesta?
 Enintään 790 m.
18. Edellisen tehtävän kaupungissa lyhin yksisuuntainen reitti yliopistolta risteykseen B on 460 m pitkä. Mitä voidaan päätellä lyhimmän yliopistolta risteykseen A vievän reitin pituudesta?
 Vähintään 420 m.
19. Taulukko A indeksoidaan $0, \dots, n-1$. Kirjoita ohjelmanpätkä, joka kääntää A:n sisällön takaperin. Esimerkiksi jos $A = [1, 0, 2, 0]$, niin ohjelman suorituksen jälkeen pitää olla $A = [0, 2, 0, 1]$.

```
for( int i = 0; i < n/2; ++i ){
    apu = A[i]; A[i] = A[n-i-1]; A[n-i-1] = apu;
}
```
20. Ilman että käytät symboleita \forall ja \exists , kirjoita kaava, joka sanoo saman kuin $\forall i; 1 \leq i < 3 : A[i] = 2 \vee A[i] = i$.
 $(A[1] = 2 \vee A[1] = 1) \wedge (A[2] = 2 \vee A[2] = 2)$

Seuraavilla kaavoilla yritetään sanoa, että taulukossa $A[0 \dots n-1]$ on ainakin kaksi erisuurta alkia. Jokaisessa on virhe. Korjaa virheet tekemällä kaavoihin mahdollisimman pienet muutokset kuitenkin siten, että et anna samaa korjattua kaavaa useasti.

21. $\exists i; 0 \leq i < n : A[i] \neq A[i-1]$ 0 pitää olla 1.
22. $\exists i; 0 \leq i < n : \forall j; 0 \leq j < n : A[i] \neq A[j]$ \forall pitää olla \exists .
23. $\forall i; 0 \leq i < n : \exists j; 0 \leq j < n : A[i] \neq A[j]$ Lisätään eteen ” $n > 1 \wedge$ ”.

Vuosien 1901 ja 1999 välisenä aikana neljällä jaollisissa vuosissa oli 366 päivää ja muissa vuosissa 365 päivää. Päte $365 = 52 \cdot 7 + 1$. Vuoden 1943 ensimmäinen päivä oli perjantai.

24. Mikä viikonpäivä oli 1.1.1944? lauantai
25. Mikä viikonpäivä oli 1.1.1945? maanantai
26. Mikä viikonpäivä oli 1.1.1950? sunnuntai
27. Mikä oli 1943 jälkeen seuraava vuosi, jonka ensimmäinen päivä oli perjantai? 1954

Tarkastellaan oheista algoritmia. Jokainen muuttuja sisältää ei-negatiivisen kokonaisluvun.

```
1 while  $m \neq 0$  do
2    $k := n \bmod m$ 
3    $n := m$ 
4    $m := k$     $n$ 
```

28. Mihin muuttujaan tai muuttujiin algoritmi sijoittaa vastauksensa?

29. Mitä algoritmi laskee?

$n:n$ ja $m:n$ suurimman yhteisen tekijän.

30. Aluksi $n = 78$ ja $m = 63$. Näytä muuttujien arvot rivin 2 lopussa silmukan ensimmäisellä, toisella ja kolmannella kierroksella.

n	78	63	15
m	63	15	3
k	15	3	0

Loppu