

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Kukin tehtävä on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Suurin osa mallivastauksista on korkeintaan 2 riviä pitkiä.

1&2. Piirrä lausekkeen $-a^{|i|-5} - -2$ lausekepuu.

Tarkoittakoon P että on pakkasta, L että on lunta ja H että voi hiihtää. Esitä seuraavat väittämät propositiologiikan kaavoina.

3. On lunta ja pakkasta.
4. On pakkasta tai lumi puuttuu.
5. Jos ei ole lunta niin ei voi hiihtää.

Seuraavissa tehtävissä muista käyttää merkkejä $\Leftrightarrow$, $\Rightarrow$, $\Leftarrow$ ja $\equiv$ oikein.

6&7. Perustele $P \wedge (\neg P \vee Q) \Leftrightarrow P \wedge Q$ sijoittamalla johonkin propositiioon **F** ja **T**. Näytä jokaisesta sijoituksesta tulos heti sijoituksen jälkeen, hyödylliseksi katsomasi määrä välivaiheita ja lopputulos.

8&9. Sievennä $\frac{1}{2}(|a - b| + a + b)$. Lopputuloksen näppärään esittämiseen käytettävä symboli on matematiikassa kenties harvinainen, mutta saattaa olla ohjelmoinnista tuttu. Ainakin on helppo ymmärtää mistä on kyse ja keksiä sille itse vaikka suomenkielinen symboli.

Tentin arvosanojen 1, 2, 3, 4 ja 5 pisterajat on annettu taulukossa `rajat`. Sen lailliset indeksit alkavat nolasta. Opiskelijan saama pistemäärä on muuttujassa `pist`.

10. Kirjoita kaava, joka on tosi täsmälleen silloin, kun arvosanan kuuluu olla 3. Siinä ei saa olla muita muuttujia kuin `pist` ja `rajat`.
11. Kirjoita ohjelmanpätkä, joka laskee arvosanan. Käytä silmukkaa.

Kaksi metriä leveä ja 20 metriä pitkä linja-auto ajaa lännestä itään nopeudella 72 km/h. Tunnissa on 60 minuuttia ja minuutissa on 60 sekuntia. Kymmenen metriä tien eteläpuolella on värikuulapyssy. Värikuula lentää 100 m/s suoraan pohjoiseen tehtävän kannalta sopivalla korkeudella. Muuttuja t ilmaisee ajan sekunteina. Linja-auton keula on värikuulan lentoradan kohdalla hetkellä $t = 0$. Linja-auton etunurkat katsotaan osaksi sivuseinää mutta ei osaksi tuulilasia. Ilmaise vastaukset muuttujan t ja symbolien $=$, $<$ jne. avulla.

12. Millä hetkellä värikuula pitää ampua, jotta se osuisi keskelle linja-auton sivuseinää?
13. Millä hetkellä värikuula pitää ampua, jotta se osuisi linja-auton sivuseinään?
14. Millä hetkellä värikuula pitää ampua, jotta se osuisi tuulilasiin?

Kummallekin seuraavista anna vastaesimerkki tai lyhyt perustelu.

15. $a^{(n^m)} = a^{(m^n)}$
16. $(a^n)^m = (a^m)^n$

Käännä.

Tarkastellaan kellonaikoja.

17. Kuinka monta sekuntia on kulunut keskiyöstä, kun kello on 10:15:03?
18. On kulunut n sekuntia keskiyöstä, mutta vähemmän kuin yksi vuorokausi. Kirjoita lauseke, jonka tulos on kellonajan tunnit.
19. Kirjoita lauseke, jonka tulos on kellonajan minuutit.
20. Kirjoita lauseke, jonka tulos on kellonajan sekunnit.

Eräässä pianossa yksiviivaisen A-nuotin taajuus on 440 Hz eli 440 värähdystä sekunnissa. Kun mistä tahansa koskettimesta alkaen siirrytään yhden koskettimen verran oikealle, taajuus kasvaa vakiokertoimella. (Mustat ja valkoiset koskettimet ovat tältä kannalta samanveroiset.) Kun siirrytään 12 kosketinta oikealle, taajuus kaksinkertaistuu. Anna vastaukset mahdollisimman yksinkertaisina tarkkoina lausekkeina (siis ei esim. desimaalilukuina).

21. Mikä on taajuus 24 kosketinta yksiviivaisesta A:sta vasemmalle?
22. Mikä on taajuus kuusi kosketinta yksiviivaisesta A:sta oikealle?
23. Mikä on taajuus yksi kosketin yksiviivaisesta A:sta oikealle?
24. Kun siirrytään 5 kosketinta oikealle, taajuus kasvaa suunnilleen kertoimella $\frac{4}{3}$. Suunnilleen millä kertoimella taajuus kasvaa, kun siirrytään 7 kosketinta oikealle?

Esitä seuraavat taulukosta $A[0 \dots n-1]$ puhuvat väitteet kaavoina.

25. A on vähenevässä suuruusjärjestyksessä.
26. Kohdassa i oleva alkio on erisuuri kuin ensimmäinen alkio. Jos kohtaa i ei ole, täytyy kaavasi tuottaa epätosi.
- 27&28. Kolmonen esiintyy taulukossa täsmälleen yhden kerran. (Sen lisäksi taulukossa saa mutta ei ole pakko olla mitä tahansa muuta.)

Oletetaan, että taulukko $T[1 \dots n]$ on kasvavassa suuruusjärjestyksessä ja x on siinä jossain kohdassa. Oheisen algoritmin pitäisi löytää x :n paikka T :ssä, mutta siinä on virhe. Virheen saa ilmenemään kahden alkion taulukolla. Merkintä $\lfloor x \rfloor$ tarkoittaa x pyöristettynä alas lähimpään kokonaislukuun.

```
a := 1; y := n + 1
while a < y do
  v := ⌊ (a + y) / 2 ⌋
  if T[v] < x then a := v
  else y := v
```

29. Anna sellaiset x ja T , että algoritmi jää ikuisen silmukkaan.
30. Ehdota virheelle korjaus.

Loppu