

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Kukin tehtävä on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Useimmat mallivastaukset ovat korkeintaan kahden rivin pituisia, mutta osa on pitkiä.

A tarkoittaa, että aurinko paistaa. L tarkoittaa, että luen tenttiin. K tarkoittaa, että lähdän kävelyille. Ilmaise seuraavat väittämät propositiologiikan kaavoina.

1. Aurinko paistaa mutta en lähde kävelyille.
2. Lähden kävelyille tai luen tenttiin (tai sekä että).
3. Lähden kävelyille tai luen tenttiin, mutta ei sekä että.

Mitkä seuraavista kokonaislukuja koskevista päättelyaskelista ovat päteviä? Anna epäpäteville vastaesimerkki ja päteville lyhyt perustelu.

4. $nm > 0 \Rightarrow n > 0$
5. $n < m \leq n + 1 \Rightarrow m = n + 1$
6. $n^2 < 0 \Rightarrow 0n = 3$

Merkintä $\lfloor a \rfloor$ tarkoittaa suurinta kokonaislukua, joka on pienempi tai yhtäsuuri kuin a . Merkintä $\lceil a \rceil$ tarkoittaa pienintä kokonaislukua, joka on suurempi tai yhtäsuuri kuin a .

7. Olkoon $p = a - \lfloor a \rfloor$. Ilmaise epäyhtälönä, kuinka suuri p on vähintään ja enintään.

Kullekin seuraavista väitteistä anna vastaesimerkki tai perustelu. Saat hyödyntää sitä, että jos k on kokonaisluku, niin pätee $\lfloor a + k \rfloor = \lfloor a \rfloor + k$ sekä $\lceil a + k \rceil = \lceil a \rceil + k$. Saat hyödyntää sitä, että $a = \lfloor a \rfloor + p$.

8. $\lfloor a \rfloor + \lceil a \rceil = 2a$
9. Jos a on kokonaisluku, niin $-\lceil a \rceil = \lfloor -a \rfloor$.
10. Jos a ei ole kokonaisluku, niin $-\lceil a \rceil = \lfloor -a \rfloor$.

Merkitään Suomen joukkueen pisteiden määrää s :llä ja Ruotsin joukkueen pisteiden määrää r :llä. Pisteet kertyvät yksi kerrallaan. Voittoon vaaditaan vähintään 25 pistettä ja vähintään 2 pistettä enemmän kuin vastapuolella. Saat luottaa siihen, että s ja r ovat ei-negatiivisia kokonaislukuja, eli ei tarvitse sanoa $s \geq 0$ ja $r \geq 0$. Kirjoita kaavat, jotka sanovat seuraavat asiat.

11. Toisella joukkueella on kaksi pistettä enemmän kuin vastapuolella.
12. Suomi voitti.
13. Ottelu on kesken.

käännä

Seuraavissa tehtävissä muista käyttää merkkejä \Leftrightarrow , \Rightarrow , \Leftarrow ja \equiv oikein.

14&15. Pätee $P \Leftrightarrow \mathbf{F} \Leftrightarrow \neg P$ ja $P \Leftrightarrow \mathbf{T} \Leftrightarrow P$. Selvitä sijoittamalla johonkin propositionimuuttujaan \mathbf{F} ja \mathbf{T} , päteekö $\neg(P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow P \Leftrightarrow \neg Q$. Näytä välivaiheet!

16&17. Sievennä $\frac{1}{2}(|a - b| + a + b)$. Lopputuloksen näppärään esittämiseen käytettävä symboli on matematiikassa kenties harvinainen, mutta saattaa olla ohjelmoinnista tuttu. Ainakin on helppo ymmärtää mistä on kyse ja keksiä sille itse vaikka suomenkielinen symboli.

Tarkastellaan yrityksiä sanoa kaavana ”Taulukossa $A[0 \dots n - 1]$ on pelkästään nollia tai pelkästään ykkösiä”.

18. Perustele, miksi tämä on väärin: $\forall i; 0 \leq i < n : A[i] = 0 \vee A[i] = 1$

19. Perustele, miksi tämä on väärin: $(A[0] = 0 \vee A[0] = 1) \wedge \forall i; 1 \leq i < n : A[i] = A[0]$

Esitä seuraavat taulukosta $A[0 \dots n - 1]$ puhuvat väitteet kaavoina.

20. A on vähenevässä suuruusjärjestyksessä.

21. Kohdassa i oleva alkio on erisuuri kuin viimeinen alkio. Jos kohtaa i ei ole, täytyy kaavasi tuottaa epätosi.

22&23. Taulukossa on ainakin yksi ykkönen, ja viimeisen ykkösen jälkeen on vain kakkosia.

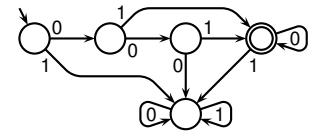
Sekalaisia kysymyksiä

24&25. Tarkastellaan väitettä ”Taulukossa $A[0 \dots n - 1]$ on ainakin yksi ykkönen, ja viimeisen ykkösen jälkeen on vain kakkosia”. Kirjoita pseudokoodilla tai jollakin ohjelmointikielellä ohjelmanpätkä, joka palauttaa `true` eli \mathbf{T} jos väite pätee, ja `false` eli \mathbf{F} jos se ei päde. Jos ohjelmanpätkäsi on kovin hidas, niin pisteitä voidaan vähentää.

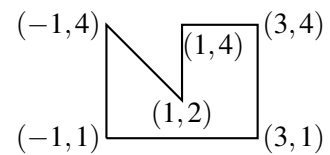
26. Mikä on lausekkeen ja kaavan tärkein ero?

27. Sievennä kaava $\neg(2 < x \leq 6)$ muotoon, jossa \neg ei esiinny.

28. Mitä kaavaa kuvan DFA esittää, kun ainoa muuttuja on x ?



29&30. Kirjoita kaava, jonka toteuttavat täsmälleen ne x ja y , joille piste (x, y) on kuvassa olevan viivan sisäpuolella. Kuvassa on annettu kärkipisteet muodossa (x, y) . Niitten väliset osuudet ovat suoria.



loppu