

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Kukin tehtävä on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Mikään mallivastaus ei ole pitempi kuin 3 riviä.

Tarkoittakoot K ”kävelen yliopistolle”, S ”sataa” ja P ”minulla on sateenvarjo”. Ilmaise seuraavat väittämät kaavoina.

1. Kävelen yliopistolle tai sataa.
2. Sataa, eikä minulla ole sateenvarjoa.
3. En kävele yliopistolle, jos sataa.
4. Jos minulla on sateenvarjo tai ei sada, kävelen yliopistolle.

Tarkastellaan kaavaa $(Q \vee \neg P) \wedge \neg(P \vee R)$.

5. Sijoita P :ksi epätosi ja sievennä. Näytä tulos heti sijoituksen jälkeen, ainakin yksi järkevä välivaihe sekä lopputulos.
6. Sijoita P :ksi tosi ja sievennä kuten edellisessä tehtävässä.
7. Todista edellisten vastausten avulla $(Q \vee \neg P) \wedge \neg(P \vee R) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg R$.

Kun yhtälöstä $2|x-1| + 3|x-5| = x+5$ poistetaan itseisarvomerkkit kuten kurssilla opetettiin, saadaan *kaava1*, *kaava2* ja *kaava3*, joille pätee $2|x-1| + 3|x-5| = x+5 \Leftrightarrow \text{kaava1} \vee \text{kaava2} \vee \text{kaava3}$.

8. Kirjoita *kaava1* ja ratkaise siitä x .
9. Kirjoita *kaava2* ja ratkaise siitä x .
10. Kirjoita *kaava3* ja ratkaise siitä x .
11. Ratkaise $2|x-1| + 3|x-5| = x+5$.
12. Mikä kohdista 8...10 ei tuottanut juurta yhtälölle $2|x-1| + 3|x-5| = x+5$, ja miksi ei?

Ilmaise kaavoina seuraavat taulukosta $A[0 \dots n-1]$ puhuvat väitteet.

13. Sen mikään alkio ei ole nelonen.
14. Kohdassa i on nelonen.
15. Kohdassa i , ja vain siinä, on nelonen.
16. Jossain muualla kuin ensimmäisessä kohdassa on nelonen. Tämä ei ota kantaa siihen, onko ensimmäisessä kohdassa nelonen.
17. Alkioita on neljä kappaletta.

käännä

Sekalaisia tehtäviä

18. Kirjoita jokin propositiologiikan De Morganin laki.

19. Kirjoita jokin kvanttoreiden De Morganin laki.

20&21. Olkoot ϕ , ψ ja χ kaavoja. Valitse seuraavista kaksi epäpätevää ja anna niille vastaesimerkit:

(a) $\phi \wedge \psi \Rightarrow \phi \vee \psi$

(c) $\phi \vee \psi \Rightarrow \phi$

(e) Jos $\phi \Rightarrow \neg\phi$, niin $\neg\phi$.

(b) $\neg\neg\phi \Rightarrow \phi$

(d) $\phi \wedge \neg\phi \Rightarrow \psi$

(f) Jos $\chi \wedge \phi \Rightarrow \chi \wedge \psi$, niin $\phi \Rightarrow \psi$.

22. Mitä tarkoittaa x :n sidottu esiintymä?

23. Mikä on avoimen ja suljetun kaavan välinen ero?

Puheenaiheena on kokonaisluvut. Eräässä tapauksessa $n = 2i + 7$ ja $\forall i : n \neq 3i$.

24. Onko mahdollista, että ko. tapauksessa $n = 9 \wedge i = 1$? Perustele.

25. Osoita, että ko. tapauksessa ei päde $\forall i : 2i + 7 \neq 3i$.

26. Minkä samankaltaisen kaavan ko. tapauksessa saa päätellä?

Tarkastellaan oheista ohjelmaa. Taulukon A indeksit ovat $0, \dots, n-1$.

27. Mitä aina rivin 2 alussa tiedetään lukujen i , j ja k suuruuksista suhteessa toisiinsa ja muihin lukuihin?

1 $j := 0 ; k := 0$

2 **for** $i := 0$ **to** $n-1$ **do**

3 **if** $A[i] \leq x$ **then**

4 $apu := A[i] ; A[i] := A[j]$

5 **if** $apu = x$ **then** $A[j] := apu$

28. Mitä tiedetään muuttujan apu arvosta rivin 5 alussa, ja mitä rivin 6 keskellä?

6 **else** $A[j] := A[k] ; A[k] := apu ; k := k + 1$

7 $j := j + 1$

29. Piirrä kuva, jossa A on jaettu osiin, joihin on merkitty, mitä aina rivin 2 alussa tiedetään A :n alkiodien suuruuksista suhteessa x :ään.

30. Anna välttämätön ja riittävä A :n sisältöä koskeva ehto, joka takaa, että lopussa $k = j$.

loppu