

Vastaa tentin järjestäjän antamalle paperille (ei kysymyspaperille). Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Kukin tehtävä on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Mikään mallivastaus ei ole pitempi kuin 3 riviä.

Tarkoittakoot A ”aurinko paistaa”, H ”minua hymyilyttää” ja S ”minulla on suklaata”. Ilmaise seuraavat väittämät kaavoina.

1. Aurinko paistaa tai minulla on suklaata (tai sekä että).
2. Minua hymyilyttää, vaikka minulla ei ole suklaata.
3. Minua ei hymyilytä ellei aurinko paista.

Tarkastellaan kaavaa $(P \vee Q) \wedge \neg(R \vee \neg P)$.

4. Sijoita P :ksi epätosi ja sievennä. Näytä tulos heti sijoituksen jälkeen, ainakin yksi järkevä välivaihe sekä lopputulos.
5. Sijoita P :ksi tosi ja sievennä kuten edellisessä tehtävässä.
6. Todista $(P \vee Q) \wedge \neg(R \vee \neg P) \Leftrightarrow \neg R \wedge P$.

7&8. Olkoot φ , ψ ja $\chi(X)$ kaavoja. Valitse seuraavista kaksi epäpätevää ja anna niille vastaesimerkit:

- | | | |
|---|---|--|
| (a) $\varphi \Rightarrow \varphi \vee \psi$ | (c) $\neg(\varphi \vee \psi) \Rightarrow \neg\varphi \wedge \neg\psi$ | (e) Jos $\varphi \Rightarrow \psi$, niin $\chi(\varphi) \Rightarrow \chi(\psi)$. |
| (b) $\varphi \vee \psi \Rightarrow \varphi \wedge \psi$ | (d) $\varphi \wedge \neg\varphi \Rightarrow \psi$ | (f) Jos $\varphi \Rightarrow \neg\varphi$, niin $\neg\varphi$. |

Digitaalisen matkamittarin näyttämä luku on mittariin kaiken kaikkiaan kertynyt matka pyöristettynä alaspäin lähimpään kokonaislukuun.

9. Erään matkan alkaessa mittari näytti 5 ja lopussa 12. Oleta, että sisäisesti mittari mittaa matkaa täydellisen tarkasti. Kuinka pitkä matka kuljettiin? Merkitse sitä x :llä.
10. Muuten sama kysymys kuin edellä, mutta nyt sisäisesti mittari mittaa kunkin matkan ainakin todellisen pituisena ja korkeintaan kaksinkertaisena.
11. Muuten sama kysymys kuin edellä, mutta nyt sisäisesti mittari mittaa kunkin matkan ainakin todellisen pituisena ja korkeintaan 20 % liian pitkänä.

Kun yhtälöstä $2|x+2| + |x-1| = 9$ poistetaan itseisarvomerkkit kuten kurssilla opetettiin, saadaan *kaava1*, *kaava2* ja *kaava3*, joille pätee $2|x+2| + |x-1| = 9 \Leftrightarrow \text{kaava1} \vee \text{kaava2} \vee \text{kaava3}$.

12. Kirjoita *kaava1* ja ratkaise siitä x .
13. Kirjoita *kaava2* ja ratkaise siitä x .
14. Kirjoita *kaava3* ja ratkaise siitä x .
15. Ratkaise $2|x+2| + |x-1| = 9$.
16. Mikä kohdista 12...14 ei tuottanut juurta yhtälölle $2|x+2| + |x-1| = 9$, ja miksi ei?

käännä

Ilmaise kaavoina seuraavat taulukosta $A[0 \dots n-1]$ puhuvat väitteet.

17. Siinä esiintyy 3 tai 5.
18. Siinä ei esiinny sekä 3 että 5.
19. Sen pienimmän alkion arvo on 3. (Siinä saa, mutta ei ole pakko, olla muitakin kolmosia.)
20. Sen viimeinen alkio on yhtäsuuri kuin kohdassa i sijaitseva alkio.

Lineaarisessa aikalogiikassa $\Box$ kaava tarkoittaa, että kaava pätee jokaisena ajanhetkenä tästä hetkestä alkaen, ja $\Diamond$ kaava tarkoittaa, että kaava pätee nyt tai jonain ajanhetkenä tulevaisuudessa. Jos kaava pätee jokaisena ajanhetkenä tästä hetkestä alkaen, niin se pätee myös tällä hetkellä. Siksi $\Box$ kaava $\Rightarrow$ kaava. Jos kaava pätee jokaisena ajanhetkenä tästä hetkestä alkaen, niin myös jokaisena tulevana ajanhetkenä kaava pätee jokaisena ajanhetkenä siitä hetkestä alkaen. Siksi $\Box$ kaava $\Rightarrow \Box\Box$ kaava. Tarkoittakoot A ”aurinko paistaa” ja S ”minulla on suklaata”.

21. Ilmaise $\neg\Box A$ siten, että et käytä symbolia $\Box$. Saat käyttää $\Diamond$.
22. Päteekö $\Box\Box A \Leftrightarrow \Box A$? Perustele vastauksesi.
23. Päteekö $\Box\Diamond A \Leftrightarrow \Diamond\Box A$? Perustele vastauksesi.
24. Päteekö $\Diamond(A \wedge S) \Leftrightarrow (\Diamond A) \wedge (\Diamond S)$? Perustele vastauksesi.
25. Päteekö $\Diamond(A \vee S) \Leftrightarrow (\Diamond A) \vee (\Diamond S)$? Perustele vastauksesi.

Polynomin $A[n]x^n + A[n-1]x^{n-1} + \dots + A[1]x + A[0]$ arvo annetulla x :n arvolla voidaan laskea ilman potenssiin korotuksia seuraavasti: $((\dots((A[n]x) + A[n-1])x + \dots + A[2])x + A[1])x + A[0]$.

26. Esitä polynomi $7x^4 - 5x^3 + x^2 - 8x + 11$ edellä kuvatussa muodossa.
27. Olkoon $s_i = A[0] + A[1]x + \dots + A[i]x^i$. Kuinka paljon on s_1 ? Entä s_{-1} ?
28. Oheisen ohjelman silmukkainvariantti on $s_n = yx^i + s_{i-1}$.
Perustele, että se on voimassa kun riville 2 tullaan ensimmäisen kerran.

1	$y := A[n]; i := n$
2	while $i > 0$ do
3	$i := i - 1$
4	$y := yx$
5	$y := y + A[i]$
29. Kirjoita silmukkainvarianttia vastaava kaava, joka on voimassa rivin 3 lopussa. Tee sama rivien 4 ja 5 loppuille.
30. Perustele, että ohjelman lopputulos on polynomin arvo annetulla x :n arvolla.

loppu