

# FYSA2042, Statistical Physics B

## Vihjeet # 5

14. huhtikuuta 2023

### Tehtävä 1

Tarkoitus on siis käydä lasku läpi matikkapakista niin, että ymmärrät itse kaikki välivaiheet. Tehtävän ratkaisuksi kelpaa minulle omin sanoin kirjoitettu versio laskusta, johon voit esim. merkitä, minkä välivaiheiden kanssa on vielä ongelmia.

Samalla tavalla kuin Taylorin polynomeilla approksimointi kurssin A-osassa, Fourier-sarja ja -muunnos ovat myöhemmillä fysiikan kursseilla hyvin pärjäämisen kannalta erityisen tärkeitä. Nämä menetelmät kannattaa siis opetella hyvissä ajoin, jotta niitä osaa soveltaa ja erityisesti osaa tunnistaa milloin niitä kannattaa soveltaa.

Muutamia kohtia, jotka ovat laskussa erityisen tärkeitä:

- Mikä on osittaisdifferentiaaliyhtälö ja miten se eroaa tavallisesta differentiaaliyhtälöstä?
- Osittaisdifferentiaaliyhtälö ratkaistaan käyttämällä Fourier-hajotelmaa. Ota selvää, mikä on Fourier-sarja ja minkä takia se palauttaa osittaisdifferentiaaliyhtälön tavalliseksi differentiaaliyhtälöksi.
- Kuinka tehtävän alkuarvot määräävät Fourier-hajotelman kertoimet? Miksi kerroin  $A_n$  valitaan nolaksi kun  $n \geq 0$  ja  $B_n$  valitaan nolaksi kun  $n < 0$ ?
- Ovatko kompleksiluvut hallussa? Erityisesti kiinnitä huomiota siihen, miten toimii kompleksinen eksponenttifunktio.
- Miten eksponenttifunktioiden (ja trigonometristen funktioiden) lineaarista riippumattomuutta hyödynnetään ratkaisussa?

### Tehtävä 2

Tässä tehtävässä voi käyttää luentomonistessa laskettuja sähkönjohtavuutta, (yhtälö 6.282), ja lämmönjohtavuutta, (yhtälö 6.284). Sijoittamalla näihin luentomonisteessa lasketut matriisielementtien arvot ja sieventämällä päästään haluttuun lopputulokseen.

### Tehtävä 3

Tätä tehtävää ei kannatta ryhtyä laskemaan liian monimutkaisesti. Tässä kannattaa ajatella tilannetta vaikutusalan kautta, mitä voi ajatella hiukkasen poikkipinta-alana. Kuvittele, että hiukkasen poikkipinta-ala ”maalaa” avaruuteen aikayksikön kuluessa nk. törmäysputken, ja törmää kaikkiin tämän putken sisällä oleviin hiukkasiin. Mikä on tämän putken tilavuus? Miten monta törmäystä tästä sitten seuraa? Miten törmäysten määrä aikayksikössä liittyy keskimääräiseen aikaan törmäysten välissä? Kannattaa piirtää kuva.

### Tehtävä 4

Tarkastele eri kerrosten välisiä nopeuseroja nestevirtauksessa. Jos kerrosten nopeuserot ovat pienempiä kuvan alaosan hitaammissa kerroksissa, hidas kerros hidastaa nopeita kerroksia enemmän kuin nopea kerros voi nopeuttaa hidasta. Kumpaan suuntaan tässä tilanteessa liikemäärä virtaisi? Olisiko tämä tilanne stationäärinen, vai kiihtyisivätkö kerrokset johonkin suuntaan? Tässä tehtävässä en vaadi laskuja, vaan pohdinta riittää.

### Tehtävä 5

Käytä tehtävänannon vihjettä, eli yhtälöä (6). Yritteen kertoimet voi selvittää laskemalla eri odotusarvoja tämän nopeusjakauman avulla. Jos kaasussa ei ole keskimääräistä liikettä, mikä on  $\langle p \rangle$ ? Mitä tämä kertoo kertoimista  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ? Kuinka jakauman avulla lasketaan hiukkasmäärä  $N$ ? Vaadi lopuksi, että jakauma toteuttaa ekvipartitiolauseen, eli laske energian odotusarvo  $\langle E \rangle$  ja ratkaise loput kertoimet. Tehtävässä tarvittavat integraalit voi laskea helpoiten menemällä pallokoordinaatistoon.