

Sirontaprosessi QCD:SSS: 1 gluoni

Nyt on opittu, miten valvan vuorovaikutuksen amplitudin parametrisoitiin ennen QCD:tä, m. Regge-teoriassa. Yritetään nyt laskea rambu proforma QCD:nä; toivottuna ymmärtäen, nähtävästi rambanlaista käyttäen.

Tarbastellaan kahden puolesta riitouta.
Huom! Muistetaan, että muurille energialle
gluonien vuorovaikutusta kuvaa eikonalinen
vertaus, josta on sama (väritehijäille) vaihe
eri liiukkeille, joten nyt maadut tulokset
pitävät yleisemmin.

$$A^{(10)} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & i & & & i' \\ & \rightarrow & & & \rightarrow \\ n_1 & & & & n_1' \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{wavy line} \\ q, a \end{array} \\ \begin{array}{ccccc} n_2 & \rightarrow & & \rightarrow & n_2' \\ k & & & & l \end{array} \end{array}$$

$$n_1 = (n_1^+, 0, \underline{0})$$

$$n_2 = (0, n_2^+, \underline{0})$$

$$n_1' = (n_1^+ - q^+, -q^-, \underline{q})$$

$$n_2' = (q^+, n_2^+ - q^-, \underline{q})$$

$$\tau = 2n_1^+ n_2^-$$

H.E. limit: $n_1^+ \gg q^+$ $n_2^- \gg q^-$

$$(p_1')^2 = 0 \approx -q^- p_1^+ - q^2 \Rightarrow q^- \approx \frac{-q^2}{2p_1^+}$$

$$(p_2')^2 = 0 \approx 2g^+ p_2^- - \varepsilon^2 \Rightarrow g^+ \approx \frac{\varepsilon^2}{2p_2^-}$$

$$\underline{\underline{A = g^2 = 2g^+g^- - g^2 = -\frac{g^4}{2} - g^2 \approx -\underline{\underline{2g^2}}}}$$

Tyyppillistä: t: sta jaa jähelle vain transversaali-impulsi.
~~S.F. -rajalla tämä on aina dominoinen tekijä~~

Väritekijä

$$\underbrace{\frac{1}{N_c}}_{\text{avg}} \underbrace{t_{ji}^a t_{lk}^a}_A \underbrace{t_{ij}^b t_{kl}^b}_{A^*}$$

$$(t_{ij}^a)^* = (t^a)_{ij}^\dagger = t_{ji}^a$$

$$= \frac{1}{N_c} t_a t^a t^b t_b = \frac{1}{N_c} \frac{1}{2} \delta^{ab} \frac{1}{2} \delta^{ab} = \frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2}$$

Muu amplitudi

$$\underbrace{-i}_{\text{diagrammi}} \underbrace{(-2ig p_1^\mu)}_{\text{antuu}} \underbrace{\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}}_{\text{eik. vertaus}} \underbrace{(-2ig p_2^\nu)}_{\text{eik. vertaus}}$$

$$= 2g^2 \frac{2}{s} = 8\pi\alpha_s \frac{2}{s}$$

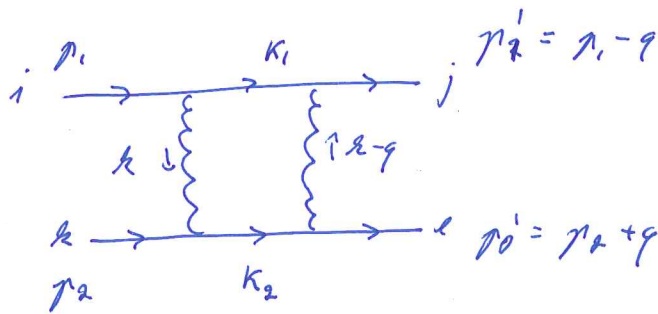
$$\Rightarrow |A|^2 = g^4 \frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2} \frac{4\pi^2}{s^2}$$

$$= 2 \left(\frac{2\pi\alpha_s}{s} \right)^2 \text{ ilman eik. -approksimaatioita}$$

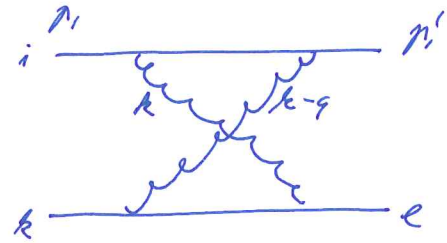
* Huom 1: Eik - vertaus on δ_{ij} $\rightarrow$ ei erillistä $(\frac{1}{2})^2$ -tekijää koska arvot alkutilaan spinien gli

* Huom 2: $\delta_{ij} t_{ij}^a = 0$ lopputilaan kvarkkien värit eri kuin alkutilaan, koska on vaihdettu väri - alktili - gluoni. Nimmassa kertaluuvun ei vielä ollenkaan pomeonin.

* Huom 3: A on reaali, tästä kertaluuvun ei välitilaa, joka väittäisi leikat vastustamaan hiukkasuottoa.

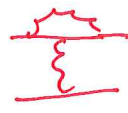
2 gluonin vaihto

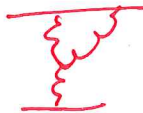
+



$$A^{(1)} = A_A^{(1)} + A_B^{(1)}$$

- 1-looppidiagrammeja, joihin integroidaan riittävän lähemäärän (k) yli.

- On olemassa paljon muutamia, esim. 

 jne., mutta kun tarkastellaan paljon hitaallaan, huomataan, että ne eivät voi tuoda uutta α -riippuvuutta verrattuna alimman kertalukuisiin. Peruste: esim.  $\rightarrow$ tarkaus vertailemalla ei "tunne" γ_2 :sta. Samoin  $\rightarrow$ tarkaus ~~g~~ g -propagaattoriin, kokonaisuuden α -riippuvuus sama kuin .

- Lasketaan dispersiivisesti, Nyt diagrammeille on Im -osa, koska k_1 ja k_2 voivat olla fyysisiä lukuja.

$$\text{Im } A_A^{(1)} = \frac{1}{2} \int d\Omega_2(k_1, k_2) A^{(0)}(s, k) (A^{(0)}(s, k-q))^*$$

lasketaan ensin tässä muuttujassa $\sqrt{s}$:llä.

$$\begin{aligned} \int d\Omega_2 &= \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} (2\pi)^3 \delta(k_1^2) \delta(k_2^2) (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) \\ &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^3} \delta((p_1 - k)^2) \delta((p_2 + k)^2) \end{aligned}$$

Sudakov - muuttujat (omien tulojen hitteen murente
± - liikemääräntö)

$$k = (\alpha p_1^+, \beta p_2^-, \underline{k})$$

$$\int d^4 k = p_1^+ p_2^- \int d\alpha d\beta d^2 \underline{k} = \frac{\tau}{2} \int d\alpha d\beta d^2 \underline{k}$$

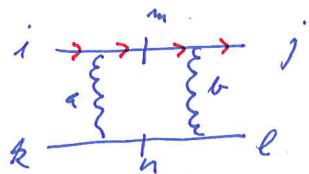
$$\begin{aligned} (p_1 - k)^2 &= -(1-\alpha)\beta\tau - \underline{k}^2 = 0 \Rightarrow \beta \approx -\frac{\underline{k}^2}{\tau} \text{ ~~olla~~ } \text{ pienä} \\ (p_2 + k)^2 &= \alpha(1+\beta)\tau - \underline{k}^2 = 0 \Rightarrow \alpha \approx \frac{\underline{k}^2}{\tau} \end{aligned}$$

$$\delta((p_1 - k)^2) \approx \delta(-\beta\tau - \underline{k}^2) = \frac{1}{\tau} \delta(\beta + \frac{\underline{k}^2}{\tau})$$

$$\delta((p_2 + k)^2) \approx \delta(\alpha\tau - \underline{k}^2) = \frac{1}{\tau} \delta(\alpha - \frac{\underline{k}^2}{\tau})$$

$$\Rightarrow \int d\Omega_2 = \frac{1}{2\tau} \int \frac{d^2 \underline{k}}{(2\pi)^2}$$

Tyypillistä: kaiken pitkittäisistä (±) tulee vain oikea τ :n potenssi, ja jäljelle jää transversaali-integraali.



$$A^{(1)}(p, k) = t_{mi}^a t_{na}^a (-2g^2) \frac{1}{k^2}$$

$$(A^{(1)}(p, q-k))^{\dagger} = t_{jm}^b t_{ln}^b (-2g^2) \frac{1}{(q-k)^2}$$

$$g^2 = 4\pi\alpha_s$$

indeksien
järjestys
konjugaatissa

$$g^2 \approx -\frac{1}{2}g^2$$

$$k^2 \approx -\frac{1}{2}k^2$$

$$\text{Im } A_A^{(1)} = \frac{1}{2} \frac{4g^4}{2\pi} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{k^2(k-q)^2} (t^b t^a)_{ji} (t^b t^a)_{lk}$$

$$= 16\pi^2 \alpha_s^2 (t^b t^a)_{ji} (t^b t^a)_{lk} \frac{1}{N_C \alpha_s} \frac{1}{2} N_C \alpha_s \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{-\frac{1}{2}g^2}{k^2(k-q)^2}$$

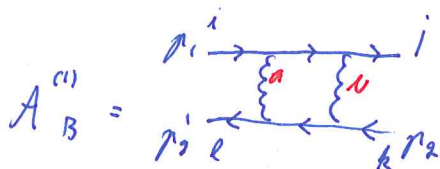
$$\equiv \mathcal{E}(x) \ln \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{x} = \text{Im} \left(-\frac{1}{\pi} \frac{1}{x} \ln \frac{1}{x} \right) \quad (\text{HT})$$

$x < 0$, joten tälle on
Im-osa $-i\pi$

OBS: nyt Im-osa tuli $\sim x$, mistä voidaan päätellä, että koko amplitudi $\sim x \ln x$. Tämä logaritminen ei tule muista diagrammeista kuin näistä kahdesta.

$$A_A^{(1)} = -\frac{16\pi\alpha_s}{N_C} (t^b t^a)_{ji} (t^b t^a)_{lk} \frac{1}{x} \ln \frac{1}{x} \mathcal{E}(x)$$



= sama, paitsi $p_2 \leftrightarrow p_1$ eli $a \leftrightarrow m$
ja $l \leftrightarrow k$

(+ c.c., mikä eri muuttujan, eli
($t^a t^b$)_{lk})

$$u \approx -x \Rightarrow \frac{u}{x} \ln \frac{u}{x} \approx -\frac{1}{x} \ln \frac{1}{1+x}$$

$A_B^{(1)}$ mukaisesti
resolinen, ei voida
leikata!

$$\text{Im } A'' = \frac{16\pi^2 \alpha_s}{N_c} (t^b t^a)_{ji} (t^b t^a)_{lk} \frac{\pi}{t} \varepsilon(x)$$

$$\text{Re } A'' = - \frac{16\pi^2 \alpha_s}{N_c} (t^b t^a)_{ji} [t^b, t^a]_{lk} \frac{\pi}{t} \ln \frac{t}{|t|} \varepsilon(x)$$

Väriprojektioita:

• ~~singletti~~ singletti: $\sim \delta_{ij} \delta_{kl}$

Eli ulostulevan ja sisään tulevan
kvaatin väri sama.

$$\text{Re } A_s'' = 0$$

QCD pomeroni $A \sim i \pi \varepsilon(x) \approx \underbrace{(1 + e^{-i\pi(1+\varepsilon(x))})}_{\approx i\varepsilon(x)} \underbrace{\pi(1+\varepsilon(x))}_{\approx 1+\varepsilon(x)}$

$\gamma_P = 1$ Kuten todettiin, tämä
seuraa suoraan.

OBS! Pomeroniamplitudi johtavassa kertaluvussa
imaginaärinen. Optiikan kielellä tämä

tarkoittaa, että irrona on puhtaasti
absorptiivista.

• oktetti $\sim t_{ji}^a t_{lk}^a$ (eli kuten johtava kertaluku)

$$\text{Re} \sim \pi \ln 2 \gg \text{Im} \sim \pi$$

$$A_0^{(0)} + A_0'' = t_{ji}^a t_{lk}^a \cdot 8\pi\alpha_s \frac{\pi}{t} \left(1 + \varepsilon(x) \ln \frac{t}{|t|} \right)$$

Tämä on ensimmäinen
pala kehutelmänä, joka
johtaa efektiiviseen
nuoran energian välittäjä-
hiukkaan nimeltään:

$$\approx \pi \underbrace{(1 + \varepsilon(x))}_{\approx -2} \sim -(-1 + e^{-i\pi(1+\varepsilon(x))}) \pi^{1+\varepsilon(x)}$$

reggeisoita gluoni, $\gamma = -1$