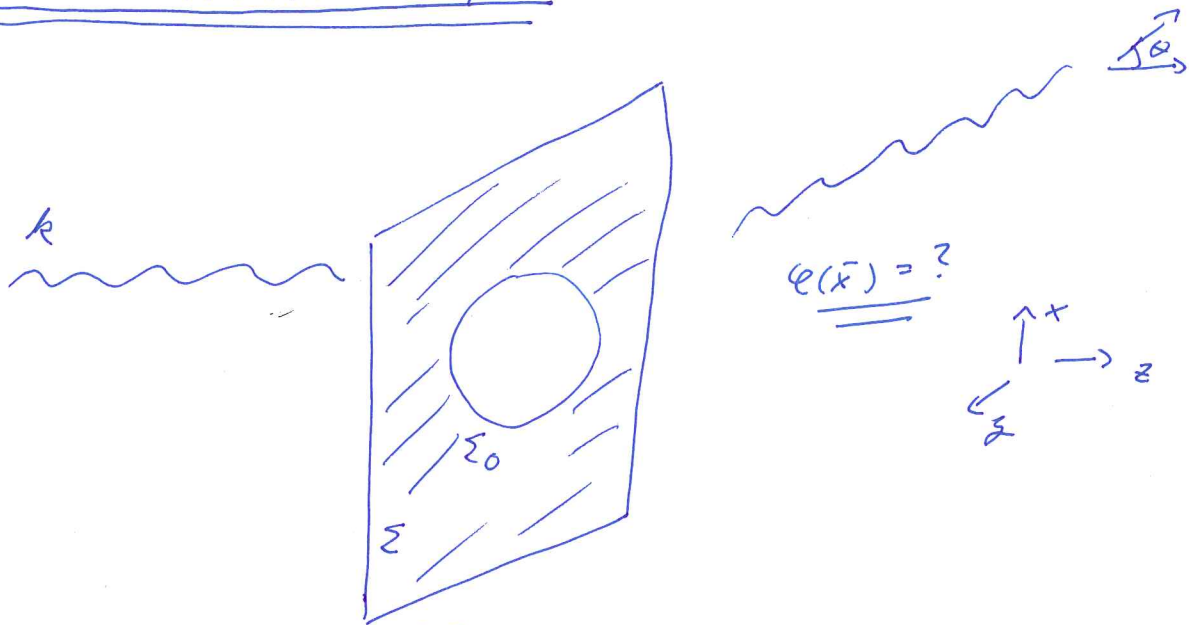


Valon diffraktio levystä

"Spalainvalo": $z=0$ aaltolähe, unohdetaan polarisaatio

$$\square \Phi(x, \bar{x}) = 0, \quad \Phi(x, \bar{x}) = e^{-i\omega x} \Phi(\bar{x})$$

$$(\omega^2 + \nabla^2) \Phi = 0 \quad \omega = k \quad (c=1)$$

Tulera aalto $\Phi(\bar{x}) = \Phi_0 e^{ikz}, \quad z < 0$

Oletetaan, että levy vain absorboi, ei heijasta valoa.

Valo läpäisee reiän, absorboituu muualle levyyn. Huygensin periaate: jokainen piste reiällä on itsenäisen palkoaaltojen lähde. Homotroidaan nämä palkoaallot käyttäen Greenin funktiaa ja Greenin kaavaa, joiden avulla voidaan ilmaista aalto (alueena $z > 0$) joka toteuttaa läheyslähtöön ja annettuihin reunaehtoihin.

- Greenin funktio $G: (k^2 + \nabla_x^2) G(\bar{x}, \bar{y}) = -\delta^3(\bar{x} - \bar{y})$
- ~~Greenin~~ Greenin kaava: $\Phi(\bar{x}) = \int_{\bar{y} \in \Sigma_0} d\Sigma \left[\left(\frac{\partial}{\partial \bar{y}_3} G(\bar{x}, \bar{y}) \right) \Phi(\bar{y}) - G(\bar{x}, \bar{y}) \frac{\partial}{\partial \bar{y}_3} \Phi(\bar{y}) \right]$
 ← pinnan normaalin suunnainen derivaatta
 ↗ pinta-integraali

Greenin funktio

tarketaan Fourier-muunnoksella:

$$G(\bar{x}, \bar{y}) = \int \frac{d^3 \bar{p}}{(2\pi)^3} e^{+i \bar{p} \cdot (\bar{x} - \bar{y})} G(\bar{p})$$

$-i$: sturmerlikonventio,
vai valitse toisinkin, muutla
jälle olla tarkkana

$$\begin{aligned} (k^2 + \nabla_{\bar{x}}^2) G(\bar{x}, \bar{y}) &= \int \frac{d^3 \bar{p}}{(2\pi)^3} (k^2 - \bar{p}^2) e^{+i \bar{p} \cdot (\bar{x} - \bar{y})} G(\bar{p}) \\ &= -\delta^3(\bar{x} - \bar{y}) = - \int \frac{d^3 \bar{p}}{(2\pi)^3} e^{+i \bar{p} \cdot (\bar{x} - \bar{y})} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow G(\bar{p}) = \frac{1}{\bar{p}^2 - k^2} \rightarrow \frac{1}{\bar{p}^2 - (k + i\varepsilon)^2}$$

$i\varepsilon \Rightarrow$ reunaehto!

$i\varepsilon$ -valinta yhden Fourier-muunnoksen sturmerlikonvention kanno määrää, kuvataanko lähtötuloa vai sisääntuloa altoa (tai jostain muista yhdistelmästä)

$$G(\bar{x}, \bar{y}) = \int \frac{d^3 \bar{p}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i \bar{p} \cdot (\bar{x} - \bar{y})}}{\bar{p}^2 - (k + i\varepsilon)^2}$$

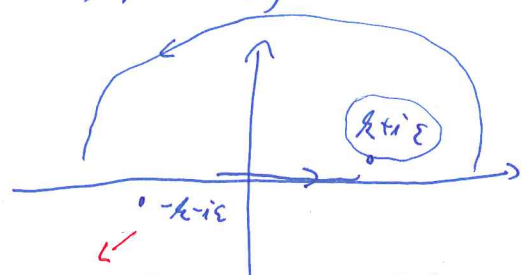
$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dp p^2 \int_{-1}^1 d\cos\theta \frac{e^{ip|\bar{x} - \bar{y}| \cos\theta}}{p^2 - (k + i\varepsilon)^2}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dp p^2 \frac{1}{ip|\bar{x} - \bar{y}|} \frac{e^{ip|\bar{x} - \bar{y}|} - e^{-ip|\bar{x} - \bar{y}|}}{p^2 - (k + i\varepsilon)^2}$$

$$= \frac{-i}{(2\pi)^2} \frac{1}{|\bar{x} - \bar{y}|} \int_{-\infty}^\infty dp p \frac{e^{ip|\bar{x} - \bar{y}|}}{(p + k + i\varepsilon)(p - k - i\varepsilon)}$$

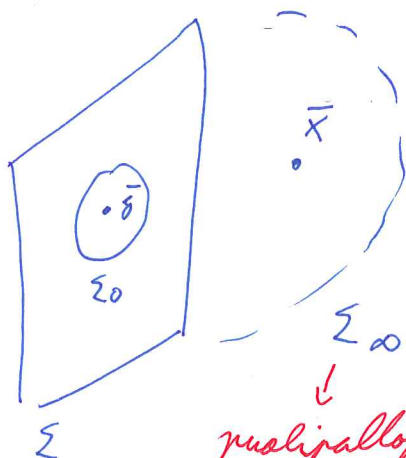
$$= \frac{-i}{(2\pi)^2} \frac{1}{|\bar{x} - \bar{y}|} (2\pi i) \frac{k e^{ik|\bar{x} - \bar{y}|}}{2k}$$

$$G(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{e^{ik|\bar{x} - \bar{y}|}}{4\pi |\bar{x} - \bar{y}|}$$



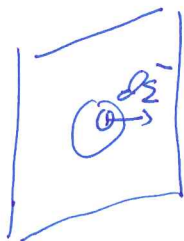
Toinen napa antoi sisääntulevan alton

Erikoistapaus: Greenin funktio ja riittävä geometria



↓
pääpallopiintä
äärellömän
kaukana

$$\Sigma \cup \Sigma_\infty = \partial V$$



$$\begin{aligned} \varphi(\bar{x}) &= - \int_V d^3 \bar{y} [(\nabla_{\bar{y}}^2 + k^2) G(\bar{x}, \bar{y})] \varphi(\bar{y}) \\ &= - \delta^3(\bar{x} - \bar{y}), \quad G: \text{määrittely} \end{aligned}$$

$$= - \int d^3 \bar{y} \nabla_{\bar{y}} \cdot [(\nabla_{\bar{y}} G(\bar{x}, \bar{y})) \varphi(\bar{y}) - G(\bar{x}, \bar{y}) \nabla_{\bar{y}} \varphi(\bar{y})]$$

$$\begin{aligned} &= (\nabla_{\bar{y}}^2 G) \varphi + \nabla G \cdot \nabla \varphi \\ &\quad - \nabla G \nabla \varphi - G \nabla^2 \varphi \\ &\quad + G k^2 \varphi \end{aligned}$$

$$\int d^3 \bar{y} \nabla_{\bar{y}} \cdot (\dots) = \int d\bar{A} \cdot (\dots)$$

$$\Sigma_\infty \rightarrow 0$$

$$G \sim \frac{1}{r}, \quad \varphi \sim \frac{1}{r} \rightarrow \text{integraali} \sim \frac{1}{r^3}$$

$$d\bar{\Sigma} = -d\bar{A}$$

$\bar{A}$: normaali ulospäin alueesta V

$$\Sigma \setminus \Sigma_0: \text{llä } \varphi(\bar{y}) = 0$$

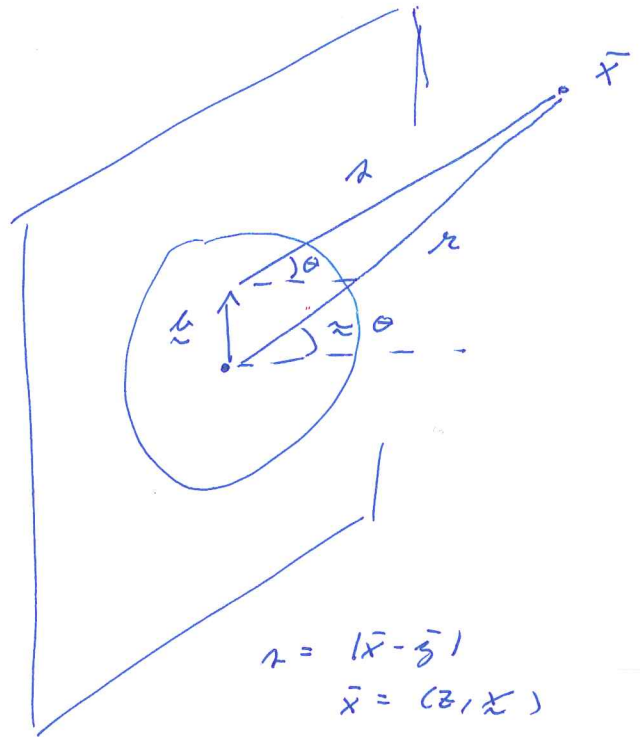
$$\varphi(\bar{x}) = \int_{\bar{y} \in \Sigma_0} d\bar{\Sigma} \cdot [\nabla_{\bar{y}} G(\bar{x}, \bar{y}) \varphi(\bar{y}) - G(\bar{x}, \bar{y}) \nabla_{\bar{y}} \varphi(\bar{y})]$$

□

Reiän läpäissy + aalto

$$\bullet \partial_{\bar{z}^3} \psi(\bar{z}) \Big|_{\bar{z}=(0, \underline{z})} = ik \psi_0$$

$$\begin{aligned} \bullet \partial_{\bar{z}^3} \frac{e^{ikr}}{4\pi r} &= -\partial_{x^3} \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \\ &= - \underbrace{(\partial_{x^3} r)}_{\frac{x^3 - z^3}{r}} \left(ik - \frac{1}{r} \right) \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \\ \frac{x^3 - z^3}{r} &= \cos \theta \end{aligned}$$



Saadon fluktuations-
numme

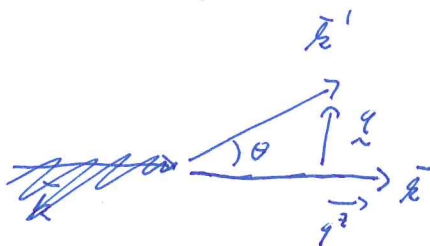
$$\psi(\bar{x}) = \psi_0 \int_{\Sigma_0} d^3 \underline{z} \left[\underbrace{-\cos \theta \left(ik - \frac{1}{r} \right)}_{\approx -2ik} - ik \right] \frac{e^{ikr}}{4\pi r}$$

Ollaan kiinnostuneita valon irronnasta pienellä
kulmalla, kaukana olevalla detektoriluvalla.

=> Approksimaatioita

$$\bullet r \rightarrow \infty$$

$$\bullet \theta \ll 1$$



$$|\bar{k}| = |\bar{k}'| = \omega$$

$$|q| \sim k \theta$$

$$q^2 \sim |q|^2 \sim k^2 \theta^2 \approx 0$$

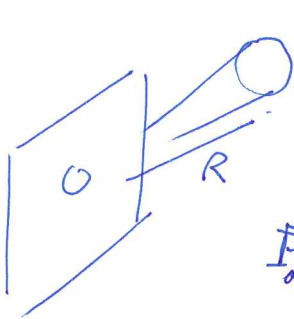
$\theta \sim 0$, neglipoitetaan $q^2 \sim \theta^2$

$$kr = k \sqrt{z^2 + (x - \underline{z})^2} \approx k \sqrt{r^2 - 2x \cdot \underline{z}} \approx kr \left(1 - \frac{x \cdot \underline{z}}{r^2} \right)$$

$$= kr - k \frac{x}{r} \cdot \underline{z} = kr - k \frac{q}{k} \cdot \underline{z} = kr - q \cdot \underline{z}$$

$$\psi(\bar{x}) \approx -ik \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \psi_0 \int_{\Sigma_0} d^3 \underline{z} \Gamma(\underline{z}) e^{-iq \cdot \underline{z}}$$

$$\Gamma(\underline{z}) = \begin{cases} 1 & \underline{z} \in \Sigma_0 \\ 0 & \underline{z} \notin \Sigma_0 \end{cases}$$

Säilykö energia?

$$d\Omega = \frac{d^2 q}{k^2}$$

Teho = intensiteetti $\times$ pinta-ala, intensiteetti $|\psi|^2$

$$P_{out} = R^2 \int d\Omega |\psi|^2$$

$$= R^2 \int \frac{d^2 q}{k^2} \frac{k^2}{R^2} \frac{|\psi_0|^2}{(2\pi)^2} \int_{\Sigma_0} d^2 \underline{q} e^{-i\underline{q} \cdot \underline{r}} \int_{\Sigma_0} d^2 \underline{q}' e^{i\underline{q}' \cdot \underline{r}'}$$

$$= \int_{\Sigma_0} d^2 \underline{q} |\psi_0|^2 = P_{in}$$

Käytetään $\int d^2 \underline{q} e^{i\underline{q} \cdot (\underline{r} - \underline{r}')} = (2\pi)^2 \delta^2(\underline{r} - \underline{r}')$

Ollaan tehty erinäisiä approksimaatioita, mutta näiden seurauksena säiliön energia on sama kuin säiliön jännästä tulevan.

Sironna kiekosta

Babinet: reikä + kiekko = alkuperäinen aalto

lineaarisuus + Huygens

$\Rightarrow$ kiekosta sironnut aalto $\gamma \rightarrow 1 - \gamma$

$$\psi(\underline{r}) = -ik \frac{e^{ikr}}{2\pi r} \int d^2 \underline{q} e^{-i\underline{q} \cdot \underline{r}} (1 - \gamma(\underline{q}))$$

$$\sim \psi_{in}(\underline{r}) + \psi_0 f(\underline{q}) \frac{e^{ikr}}{2\pi r}$$

Idvaantteoreettinen sironta - amplitudi, OM I

Vaikutusala $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\underline{q})|^2 = k^2 \frac{d\sigma}{d^2 q} = \frac{k^2}{2\pi} \frac{d\sigma}{d^2 q} = \frac{k^2}{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{k^2}{2\pi} \right)^2 \left| \frac{-ik}{2\pi} \int d^2 \underline{q} e^{-i\underline{q} \cdot \underline{r}} (-\gamma(\underline{q})) \right|^2$$

$f(\underline{q})$ imaginäärinen! $= \frac{1}{4\pi} \left| \int d^2 \underline{q} e^{-i\underline{q} \cdot \underline{r}} \gamma(\underline{q}) \right|^2$

Yleistys

absorboiva levy $\rightarrow$ yleinen $\Gamma(\underline{b}) \in \mathbb{C}$

Elastinen:

$$\frac{d\sigma_{el}}{d^2q} = \left| \underbrace{\frac{+i}{2\pi} \int d^2\underline{b} \Gamma(\underline{b}) e^{-i\underline{q} \cdot \underline{b}}}_{= ik f(q)} \right|^2 \Rightarrow \sigma_{el} = \int d^2\underline{b} |\Gamma(\underline{b})|^2$$

Absorboiva intensiteetti:

$$\frac{d\sigma_{abs}}{d^2q} = \left| \underbrace{\frac{+i}{2\pi} \int d^2\underline{b} 1 \cdot e^{-i\underline{q} \cdot \underline{b}}}_{\text{intensiteetti sisään}} \right|^2 - \left| \underbrace{\frac{+i}{2\pi} \int d^2\underline{b} \overbrace{(1-\Gamma(\underline{b}))}^{=S(\underline{b})} e^{-i\underline{q} \cdot \underline{b}}}_{\text{intensiteetti ulos}} \right|^2$$

$$\begin{aligned} \text{Absorptio } \sigma_{abs} &= \int d^2\underline{b} [1 - (1-\Gamma(\underline{b}))(1-\Gamma^*(\underline{b}))] \\ &= \int d^2\underline{b} [2 \operatorname{Re} \Gamma(\underline{b}) - |\Gamma(\underline{b})|^2] \end{aligned}$$

Kokonaisvaihtuvuus

$$\sigma_{tot} = \sigma_{abs} + \sigma_{el} = \int d^2\underline{b} 2 \operatorname{Re} \Gamma(\underline{b}) = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} f(q=0)$$

optinen teoreemi!

Absorboivalle levylle ("black disk")

$$\sigma_{el} = \sigma_{abs} = \frac{1}{2} \sigma_{tot} = \pi R^2$$

- Varsinainen unitaarisuusraja $\sigma_{abs} \geq 0 \Rightarrow \operatorname{Re} \Gamma \leq 2$. Rajalla $\Gamma=2$, $S=-1$!
- $\Gamma(\underline{b})$ reaallinen jo $< 1 \Rightarrow \sigma_{abs} > \sigma_{el}$ jo $\sigma_{el} = \sigma_{tot}$ (4T)
- $\Gamma(\underline{b})$ reaallinen $\Rightarrow f(q)$ imaginaarinen
- Huom: sisääntuleva aalto muuttuu,

$$e^{ikz} \rightarrow -ik \frac{e^{ikz}}{2\pi n} \underbrace{\int d^2\underline{b} e^{i\underline{q} \cdot \underline{b}}}_{=(2\pi)^2 \delta^2(q)}$$

- Ei implisiittistä vuoteijaa. Selkeä fyysinen tulkinta vaihtuvuuden dimensioille: $\sigma \sim \int d^2\underline{b} P$
 P dimensioiton todennäköisyys, b = impactus parametri

Eikonaalinen approksimaatio

Potentiaalisironta, epärelativistinen Schrödinger

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$$

Määr. $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$

$$U(\vec{r}) = \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r})$$

$$[\nabla^2 - U(\vec{r}) + k^2] \psi(\vec{r}) = 0$$

Helputaan $\psi(\vec{r}) \approx e^{ikz}$, $z \rightarrow -\infty$

Yrite $\psi(\vec{r}) = e^{ikz} \varphi(\vec{r})$

$$\Rightarrow (\nabla^2 + k^2) \psi(\vec{r}) = e^{ikz} \left[\underbrace{-k^2 + 2ik \partial_z}_{\text{pieni}} + \nabla^2 + \underbrace{k^2}_{\text{pieni}} \right] \varphi(\vec{r})$$

Ol. E suuri $\Rightarrow k \partial_z \gg \nabla^2$

Eikonaaliapproksimaatio on uuden energian approksimaatio

$\Rightarrow$

$$2ik \partial_z \varphi(x, y, z) = U(x, y, z) \varphi(x, y, z)$$

$$\varphi(x, y, z) = e^{\frac{-i}{\hbar k} \int_{-\infty}^z U(x, y, z') dz'}$$

Merk. $\chi(\vec{k}) = \frac{-i}{\hbar k} \int_{-\infty}^{\infty} dz' U(\vec{k}, z')$

~~z $\rightarrow \infty$~~

$$z \rightarrow \infty: \psi(\vec{r}) = e^{ikz + i\chi(\vec{k})}$$

$z \rightarrow \infty: \psi(\vec{r}) = e^{ikz + i\chi(\vec{k})}$

eikonaalinen faasi

Identifioidaan $e^{i\chi(\vec{k})} = 1 - \Gamma(\vec{k})$

$$\frac{d\sigma_d}{d^2q} = \left| \frac{-i}{2\pi\hbar} \int d^2\vec{k} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{k}} (1 - e^{i\chi(\vec{k})}) \right|^2$$

Tarkempi todistus $\psi(\vec{r}) \rightarrow$ vaiheutune (HT)

Eikonali jatkuu

$$f(\underline{q}) = \frac{-i}{2\pi k} \int d^2 \underline{b} e^{-i \underline{q} \cdot \underline{b}} (1 - e^{i \chi(\underline{b})})$$

• black disk: $\int d^2 \underline{b} e^{-i \underline{q} \cdot \underline{b}} e^{i \chi(\underline{b})} = 0,$
 $\chi \sim V$ "iso"

• alin k.l. (Born)

$$f(\underline{q}) \approx \frac{1}{2\pi k} \int d^2 \underline{b} e^{-i \underline{q} \cdot \underline{b}} \chi(\underline{b})$$

reaalinen (jos χ φ -symmetrinen,

$$\int d^2 \underline{b} e^{-i \underline{q} \cdot \underline{b}} = 2\pi \int_0^\infty db b \delta(qb)$$

↓
 Ei riittä kokonaisvaikutusalaan,
 $\sigma_{tot} \sim \text{Im} f(q=0)$

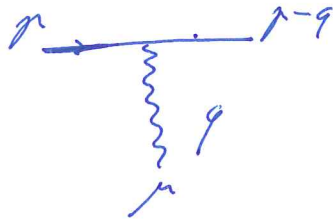
"Eikonaliointi": lasketaan Bornin approksimaation
 χ ja korvataan $\chi \rightarrow -i(1 - e^{i \chi})$

Näin voidaan saada "helppo" parametrisaatio,
 jolla on "järkevä" reaali- ja imaginääriosat.

Eikonalinen verteksi

Suurienerginen hiukkanen ja spin 1 - kenttä

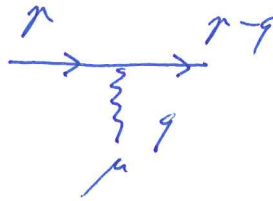
skalaari



$$-ig (p^\mu + (p-q)^\mu) \approx -2ig p^\mu$$

$$p \gg q$$

fermioni

 γ : spin-indeksi

$$-ig \bar{u}_x(p-q) \gamma^\mu u_{x'}(p)$$

$$\approx -ig \bar{u}_x(p) \gamma^\mu u_{x'}(p)$$

$$= -2ig p^\mu \delta_{xx'} [\gamma^\mu]_{ij}$$

(Muistetaan normalisatio

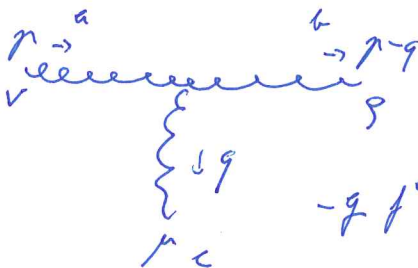
$$u_x^\dagger(p) u_{x'}(p) = 2p^0 \delta_{xx'} = \bar{u}_x(p) \gamma^0 u_{x'}(p),$$

$\bar{u}_x \gamma^\mu u_{x'}$ on Lorentz - 4-vektori)

 $\delta_{xx'}$: helikitehti rätily: fotonin spin?

Tulkinta: välittäjäni skalaarinen Coulombin kenttä, ei reaaliener spin-1 - foton / gluoni

gluoni



$$(T^a)_{ab} = -if_{abc}$$

$$-g f^{abc} [g^{\nu\mu} (2p-q)^\mu + g^{\mu\nu} (2q-p)^\nu + g^{\mu\nu} (p+q)^\mu]$$

• q pieni• $p, p-q$ on shell $\Rightarrow$ negl. $p^\nu, (p-q)^\mu \approx p^\mu$

$$\approx -2ig g^{\nu\mu} p^\mu (T^a)_{ab}$$

helikitehti rätily

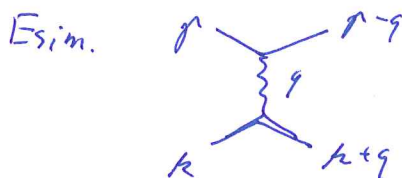
Tulkinloa: kaikkiin verteli alennavasti sama,
väritehijä vaille.

spin-1 -kenttä kytkee $g^{\mu\nu}$: hen

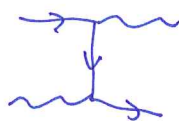
Suurella energialla ainoa relevantti relievaktori
on suurenergisen liikkuvan $g^{\mu\nu}$, ja spin-1 -
kentän on kytehdystävä siihen. Esim.
gravitoni kytkee $g^{\mu\nu} g^{\nu\mu}$ - kombinaatioon,
spin-1/2 - liikkuvan $\sqrt{g^{\mu\nu}}$: hen jne.

2) väikutumat $gg \rightarrow gg$; $g\bar{g} \rightarrow g\bar{g}$,
 $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$, $\tilde{q}\tilde{q} \rightarrow \tilde{q}\tilde{q}$ jne. ovat,
shvarshi

väritehijä vaille, samat suurella energialla



$$\sim \frac{g^{\mu\nu} g_{\mu\nu}}{q^2} k^\nu \sim \frac{1}{\Lambda^2}$$



$$\sim \sqrt{\frac{1}{\Lambda^2}}$$

(mutta $\rightarrow \gamma$ joten $gg \rightarrow gg$ käytökyky
eri tavalla kuin $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$)

Optinen teoreema

S -matriisi on aikatehtyoperaattori.

Systeemi on alussa jossain tilassa todennäköisyydellä 1 ja lopussa jossain (muussa) tilassa todennäköisyydellä 1.

$$\Rightarrow \langle i|i \rangle = 1 \text{ ja } (S|i \rangle)^{\dagger} S|i \rangle = \langle i|S^{\dagger}S|i \rangle = 1$$

Tämä toteutuu kaikilla alutiloilla $|i \rangle$

$$\Rightarrow \text{ollava } S^{\dagger}S = \mathbb{I} \text{ eli}$$

~~$S = 1 + iT$~~

S -matriisi on unitaarinen:

$$S^{\dagger}S = \mathbb{I}.$$

$$S = 1 + iT \Rightarrow \underline{i(T^{\dagger} - T) = T^{\dagger}T}$$

$T^2 \sim \text{vaihtuvuus}$

$i(T^{\dagger} - T) \sim \text{siirte-amplitudin imaginääriosaa}$

$$\begin{aligned} \underline{i \langle f|(T^{\dagger} - T)|i \rangle} &= \sum_{n \in \mathcal{S}} \langle f|T^{\dagger}|n \rangle \langle n|T|i \rangle \\ &= -i \left(\langle f|T|i \rangle - (\langle f|T|i \rangle)^* \right) \end{aligned}$$

$\sum_{n \in \mathcal{S}} |n \rangle \langle n| = 1$, täydellinen setti.

$$2 \text{Im } T_{fi} = \sum_{n \in \mathcal{S}} T_{fn}^* T_{in}$$

amplitudin avulla: $\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 muun n -hiukkaset $\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 talttu $\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 kaanavarustus

$$\underline{2 \text{Im } A(i \rightarrow f) = \sum_n \int d\Omega_n A^*(f \rightarrow n) A(i \rightarrow n)}$$

Normalisointi vaatii vähän perusteluja. Lasketaan seur. riville, mutta ei luennoilla.

Normalisatio

Yhdistyskenttilöjen normalisatio on

$$\langle \vec{p}' | \vec{p} \rangle = 2p^0 (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{p}')$$

Tästä seuraa, että S- tai T-matriisien tuloksena on summatettu hiukketen lukumäärä, ytimien yms. yli ja integroitava impulssien yli Lorentz-invariantilla mitalla $\sum_{\{n\}} = \sum_{n, ytim, \dots} \int \prod_{k=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_k}{(2\pi)^3 2p_k^0}$

$\mathcal{M}_{fi}$

$$2 \operatorname{Im} T_{fi} = 2 (2\pi)^4 \delta^4(\sum p_i - \sum p_f) \operatorname{Im} A(i \rightarrow f)$$

$$= \sum_{\{n\}} T_{fn}^* T_{in} \quad \left[\begin{array}{l} \delta(a-b) \delta(a-c) \\ = \delta(a-b) \delta(b-c) \end{array} \right]$$

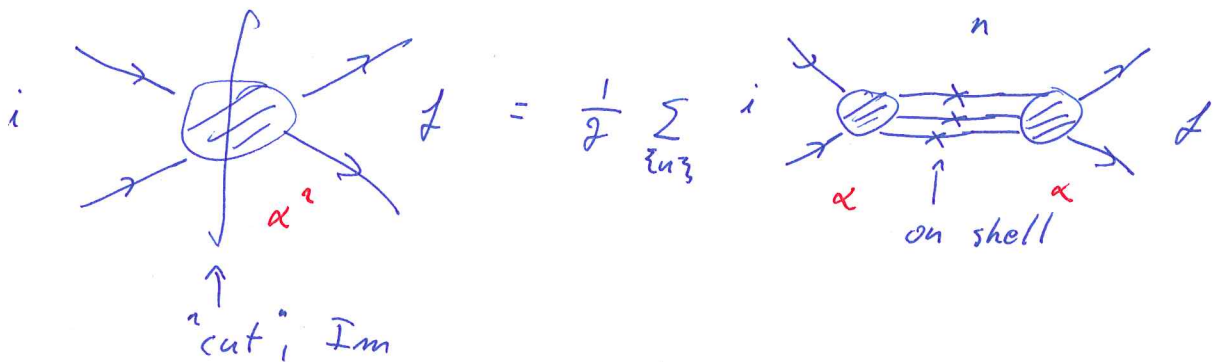
$$= \sum_n \int \prod_{k=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_k}{(2\pi)^3 2p_k^0} (2\pi)^4 \delta^4(\sum p_k - \sum p_i) A(i \rightarrow n)$$

$$\times (2\pi)^4 \delta^4(\sum p_k - \sum p_f) A^*(f \rightarrow n)$$

$$= (2\pi)^4 \delta^4(\sum p_i - \sum p_f) \sum_n \underbrace{\int \prod_{k=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_k}{2p_k^0 (2\pi)^3}}_{= d\mathcal{R}_n} (2\pi)^4 \delta^4(\sum p_k - \sum p_i) A(i \rightarrow n) A^*(f \rightarrow n)$$

$$\Rightarrow 2 \operatorname{Im} A(i \rightarrow f) = \sum_n \int d\mathcal{R}_n A(i \rightarrow n) A^*(f \rightarrow n)$$

Grassmanin ehto :



• Tulokset : α -amplitudille Im -osa

$\Leftrightarrow$ voidaan tuottaa väli tilan
fyysikoita liukkaan

• Näyttö 1 : α on otetaan tarkka perturbatio -
teorian ironta - amplitudit kertaluvun
 α^n , voidaan "ilmaisekii" Im -osa
kertaluvun α^{2n} - amplitudille

• Näyttö 2 : $\rightarrow$ tullos käyttämään

Optinen teoreema :

valitaan $|i\rangle = |f\rangle$

$$\sigma_{\text{tot}} (i \rightarrow \text{anything}) = \frac{1}{\Phi} \sum_n \rho_n |A(i \rightarrow n)|^2$$

$\uparrow$
inklusiivinen

$$= \frac{2}{\Phi} \text{Im} A(i \rightarrow i)$$

Im -part of forward elastic
amplitude

(Elastinen = lopputilassa samat hitukset kuin
alussa. Forward = hitukset jätetään samaan
muutoksen $\rightarrow$ ei voinut kuin ei irontaa
oliikkeen. Voidaan riittävästi laskea ja
määritellä.)