

Simulointi 10 - Harjoitustehtävät 2

Tehtävä 1 Olkoot U_1 ja U_2 riippumattomia tasan $(0, 1)$ jakautuneita satunnaismuuttujia. Millaista jakaumaa noudattaa $V = \max(U_1, U_2)$. Miten tätä tietoa voi hyödyntää, jos halutaan testata satunnaislukujonon perättäiskorrelaatiota.

Tehtävä 2 Olkoon U tasan $(0, 1)$ jakautunut satunnaismuuttuja ja p annettu, $0 < p < 1$. Määritellään satunnaismuuttuja X siten, että $X = U/p$, jos $U \leq p$, $X = (1 - U)/(1 - p)$, jos $U > p$. Osoita, että X on tasajakautunut $(0, 1)$. Miten tätä voi hyödyntää Monte Carlo integroinnissa tai satunnaislukujen generoinnissa eliminointimenetelmällä.

Tehtävä 3 Tarkastellaan eliminointimenetelmää satunnaislukujen tuottamiseksi. Miten tuotat normaalijakautuneita $N(0, 1)$ satunnaislukuja, jos käytävissäsi on $Tas(0, 1)$ ja $Exp(\lambda)$ jakautuneita satunnaislukuja. Montako lukuparia keskimäärin tarvitaan yhtä tulokseksi saatavaa $N(0, 1)$ lukua kohden.

Tehtävä 4 Päteekö $\pi = 3$. Simuloi luentojen esimerkkiä Buffonin neulasta (korvaamalla neulan heitto satunnaislukugeneraattorilla). Raportoi käyttämäsi generaattori, ja saavuttamasi estimaatti (piste- ja intervalliestimaatti) esim 0,99 luotettavuustasolla.

Tehtävä 5 Muokkaa JavaSim paketin Basic esimerkkiä niin, että yhden tuloksen sijasta raportoidaankin myös renewal/regeneration tekniikkaa käyttäen asiakasmäärät ja palveluajat kaikista riippumattomista osaväleistä, joiden päätepisteenä on hetki, jolloin systeemi tyhjenee. (Esimerkin aloitus, jossa ajastetaan asiakkaan tulo tyhjään systeemiin, on tällainen piste).

Tarkastellaan luentojen pesuasemaesimerkkiä: yksi palvelin, jolla yksi jono. Oletetaan, että jonoon mahtuu maksimissaan kaksi odottavaa asiakasta (palveltavan asiakkaan lisäksi). Systeemiin saapuu asiakkaita keskimäärin yksi 8 minuutissa (väliajat eksponentiaalisesti jakautuneita). Palvelusta tarkastellaan kahta varianttia: nopeamman palveluajat ovat tasan jakautuneita välille $(4, 8)$, hitaamman puolestaan välille $(6, 10)$.

Simuloi molempia variantteja (esim. kymmenen riippumatonta simulointia, kukin 1000 minuuttia).

Huomioitavaa: kunkin simulointiajon sisällä on syytä varmistua, että samoja satunnaislukuja ei käytetä sekä tuloaikojen että palveluaikojen arpoamiseen. Ajojen välillä puolestaan on varmistettava, etteivät satunnaisluvut mene päällekkäin eri ajoissa.

Tehtävä 6 *Laske simuloitu käyttöaste kummallekin versiolle, samoin kuin sen otosvarianssi tai -keskihajonta. Määrää sopiva luottamusväli (esim testisuure välillä $+ - 2$).*

Tehtävä 7 *Teoreettisesti nopeamman palvelun käyttöaste on vain $3/4$ hitaamman palvelun käyttöasteesta samalla asiakasmäärällä. Onko nopeampi palvelu todellisuudessa tehokkaampi. Ts onko $U_{nopea} > 0.75 * U_{hidas}$. (Tai voitko päätellä näin simuloitituloksista.)*

Jos simulointi ei ota onnistuakseen, näyte tulosaineistosta on saatavilla [www-sivuilta](#).