

Palautus ke 15.11. klo 22:00 mennessä, ks. tarkemmat ohjeet Moodlesta.

1. Suhteellisuusteorian ennustama aikadilaatio on kokeellisesti varmennettu mm. lennättämällä tarkkaa atomikelloa lentokoneessa Maapallon ympäri. Kokeessa on huomioitava myös yleisen suhteellisuusteorian mukainen painovoiman vaikutus kellojen käyntiin, mutta tarkastellaan tässä ainoastaan suhteellisesta liikkeestä aiheutuvaa erityisen suhteellisuusteorian kuvaamaa osuutta.

- a) Maapallon säde $R = 6378\text{km}$ päiväntasaajan kohdalla. Lentokone lentää päiväntasaajan suuntaisesti $h = 9\text{km}$ korkeudella ja sen nopeus maan pinnan suhteen on $v = 300\text{m/s}$. Missä ajassa T lentokone kiertää Maapallon ympäri kun tilannetta katsotaan Maan keskipisteeseen kiinnitetystä (approksimatiivisesta) inertiaalikoordinaatistosta?

- b) Itseisajan lauseke $d\tau = dt\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left|\frac{d\vec{x}}{dt}\right|^2}$ pätee myös kiihtyvälle liikkeelle. Kulmanopeudella $\omega = \text{vakio}$ ympyrärataa $\vec{x} = (R\cos(\omega t), R\sin(\omega t), 0)$ liikkuvalla kapaleella

$$d\tau = dt\sqrt{1 - \frac{R^2\omega^2}{c^2}}.$$

Tarkastellään maan pinnan suhteen paikallaan olevaa kelloa A, jolle $R_A = R$ ja $\omega_A = 2\pi/(24\text{h}) = 7.27 \times 10^{-5}\text{s}^{-1}$, ja a - kohdan lentokonetta, jolle $R_B = R + h$ ja $\omega_B = \omega_A R_A / R_B + v / R_B$ (lento Maapallon kiertosuuntaan). Paljonko kellojen A ja B mittaama aika eroaa toisistaan kun lentokone on kiertänyt kerran Maapallon ympäri? Vinkki: Numeerista tulosta laskiessa kannattaa kirjoittaa inertiaalikoordinaatiston kiertoaikaa T vastaavien itseisaikojen τ_B ja τ_A lausekkeet ja laskea niiden suhteellinen ero:

$$\delta\tau = \frac{\tau_B - \tau_A}{\tau_A}.$$

2. Mikä on elektronin ($m_e = 511\text{keV}/c^2$) kineettinen energia, kun sen nopeus $v = 0.8c$? Kuinka paljon kineettinen energia kasvaa, kun nopeus kasvatetaan arvoon $v = 0.9c$?
3. Havaittaja O mittaa hiukkasen liikemääräksi $|\vec{p}| = 817 \text{ MeV}/c$ ja energiaksi $E = 1125 \text{ MeV}$. O :n suhteen vakionopeudella liikkuva havaittaja O' mittaa saman hiukkasen liikemääräksi $|\vec{p}'| = 953 \text{ MeV}/c$.
 - a) Mikä on hiukkasen massa?
 - b) Mikä on O' :n mittaama hiukkasen energia?
4. Uraaniatomien ^{235}U massa $m \approx 235 u$, missä $u = 931.5 \text{ MeV}/c^2$. Fissioreaktiossa uraaniatomien massasta noin 200 MeV vapautuu hajoamistuotteiden kineettiseksi energiaksi. Kuinka paljon energiaa vapautuu kun $m = 1.00\text{kg}$ urania käy läpi fissioreaktion ja mikä on massan muutos prosessissa?
5. Pioni π^- hajoaa myoniksi μ^- ja myonin antineutriinoksi $\bar{\nu}_\mu$. Pionin massa on $m_\pi = 1.4 m_\mu$ ja antineutriinon massan voi olettaa nolaksi.
 - a) Kirjoita prosessille liikemäärän ja energian säilymsyhtälöt massakeskipistekoordinaatistossa.
 - b) Laske prosessissa syntyvän myonin kokonaisenergia ja vertaa tulosta myonin lepoenergiaan. Olisiko prosessi mahdollinen, jos $m_\pi = 0.9 m_\mu$?