

## Differentiaaliyhtälöiden jatkokurssi 2

### Harjoitustyöt

Kirjoita selkeästi jäsennelty esitys yhdestä tehtävästä. Työssä on suotavaa käyttää lähdemateriaalia. Joitain lähteitä on mainittu tehtävänannossa, muitakin voi etsiä kirjastosta. Autan tarvittaessa esimerkiksi lähteiden tulkitsemisessä.

---

Harjoitustöitä käsitellään tammikuun loppupuolella järjestettävässä tilaisuudessa, josta ilmoitetaan tarkemmin. Kurssin suoritus arvostellaan, kun harjoitustyö on palautettu.

---

1. Todista Vakaan ja epävakaan moniston lauseesta vakaan moniston osa. Voit käsitellä tulosta joko vain tason systeemeille kuten [HSD] tai yleisemmin kuten [Per]. Sitä, että monisto sivuaa linearisoinnin vakaata aliavaruutta ei tarvitse osoittaa yleisessä tapauksessa.

Lähteet: Luennot, harjoitukset, [HSD] luku 8.3, [Per] luku 3.5., [Tes] luku 9.2, [Chi] luku 4.1, [CL] luku 13.4. Lisäksi muutamia teknisiä seikkoja kuten Perkon todistuksen integraaliyhtälöön (7) päätyminen selitetään Schecterin kurssimateriaalissa [Sch] kohdassa Proof of the stable manifold theorem.

2. Liénardin lause ja van der Polin yhtälö. Sopivilla funktioita  $H$  ja  $g$  koskevilla ehdoilla osoitetaan, että differentiaaliyhtälöllä

$$\begin{cases} \dot{u} = v - H(u) \\ \dot{v} = -g(u) \end{cases}$$

on täsmälleen yksi (puoleensavetävä) rajasykli. Muotoile ja todista tämä tulos ja sovelle sitä van der Polin yhtälöön

$$\ddot{x} + \mu(x^2 - 1) + \dot{x} + x = 0$$

tai rajoitu todistuksessa vain van der Polin yhtälön tarkasteluun.

Lähteet: Luennot, harjoitukset, [Per] luku 3.8: [HSD] luvut 12.2 ja 12..3.

### LÄHTEITÄ

- [Chi] Carmen Chicone. *Ordinary differential equations with applications*, volume 34 of *Texts in Applied Mathematics*. Springer, New York, second edition, 2006.
- [CL] Earl A. Coddington and Norman Levinson. *Theory of ordinary differential equations*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York-Toronto-London, 1955.
- [HSD] Morris W. Hirsch, Stephen Smale, and Robert L. Devaney. *Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos*, volume 60 of *Pure and Applied Mathematics (Amsterdam)*. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, second edition, 2004.
- [Per] Lawrence Perko. *Differential equations and dynamical systems*, volume 7 of *Texts in Applied Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1993. Corrected reprint of the 1991 original.
- [Sch] Stephen Schecter. Ordinary differential equations ii. supplementary readings. [http://www4.ncsu.edu/~schecter/ma\\_732\\_sp13/resources.html](http://www4.ncsu.edu/~schecter/ma_732_sp13/resources.html).
- [Tes] Gerald Teschl. *Ordinary differential equations and dynamical systems*, volume 140 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2012.

Lähteet [Chi] ja [HSD] ovat saatavana kirjaston kautta e-kirjana.

Lähde [Tes] on saatavana esiversiona kirjoittajan kotisivulta

<http://www.mat.univie.ac.at/~gerald/ftp/book-ode/index.html>

Muista lähteistä saa tarvittavat osat kopioina minulta.