

KIINALAISEN HELMITAULUN KÄYTTÖ

I Johdanto

Historiaa.

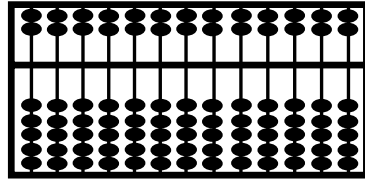
Kiinalainen helmitaulu on ollut käytössä vuosisatoja. Vanhimmat maininnat löytyvät Ming-dynastian aikaisesta kirjasta nimeltä Nan Ts'un Cho Ken Lu, jonka on kirjoittanut T'aoTsung Yi. Siinä puolestaan viitataan ohjeisiin ja esimerkkeihin, jotka ovat peräisin Yuan-dynastian ajalta (1277-1367). Tästä voi päätellä, että kiinalainen helmitaulu on ollut yleisessä käytössä noina aikoina.

Yleistä. Kiinalainen helmitaulu on laskukoneena mitä yksinkertaisin, mutta palvelee tarkoitustaan siinä missä mikä tahansa muukin laskin - se laskee ihmisten tarvitsemia laskuja. Se ei ole yhtä ihmeellinen kuin nykyaikainen kone, mutta siitä hyvästä paljon halvempi. Jokaisella kiinalaisella firmalla, itse asiassa melkeinpä jokaisella kiinalaisella yksilöllä, niin rikkaalla kuin köyhällä, niin vanhalla kuin nuorella, on sellainen. Se täyttää tarkoituksensa arkielämässä aivan tyydyttävällä tavalla. Ainoa vika taitaa olla, että helmitaulun liian runsas käyttö saattaa saada unohtamaan, miten lasketaan kynällä ja paperilla. Kiinalaisella helmitaululla voi laskea yhteen, vähentää, kertoa ja jakaa nopeasti ja tarkasti, kunhan oppii siirtelemään helmiä rutiinilla. Helmitaulun perustiedot voi oppia tuotapikaa, mutta sen käyttö on taidetta; tarvitaan paljon harjoitusta. Jatkuva käyttö tekee mestarin, ei opetus. Jokainen älykäs ihminen voi oppia itse lisää, kun on ensin oppinut perusteet.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -TEX

Kiinalainen helmitaulu.

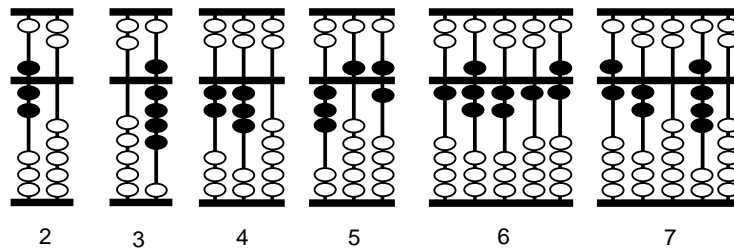
On olemassa erilaisia helmitauluja. Tässä on kiinalainen malli.



Helmitaulussa on puinen kehys, puiset helmet ja tangot. Vaaka-suora palkki jakaa kehyksen kahteen puoleen, ylempään ja alempaan. Tankojen määrä vaihtelee käyttötarkoituksen mukaan; yleisimmissä malleissa on 9,11, tai 13 tankoa. Palkin yläpuolella on 2 helmeä ja alapuolella 5. Yläpuolisia sanomme ylähelmiksi ja alapuoisia alahelmiksi.

Helmien arvot.

Ylähelmi vastaa saman tangon viittä alahelmeä. Kukin alahelmi vastaa 10 helmeä välittömästi oikealla puolellaan olevasta tangosta. Piirrokset 2-7 esittävät lukuja 7, 9, 23, 356, 17216 ja 6208.



Tyhjä paikka esittää nollaa. tästä voi tulla hankaluuksia, kun sitä ei enää seuraa muita numeroita. Näin piirros 2 voi esittää myös lukuja 70, 700, 0,7, 0,007 jne. Laskijan on syytä muistaa, minkä tangon on varannut ykkösille. Alinta ja ylintä helmeä on tapana käyttää mahdollisimman vähän. (Ne puuttuvat japanilaisesta soroban-helmitaulusta.) 5 muodostetaan yhdellä ylähelmellä ja 10 siirtymällä seuraavaan tankoon.

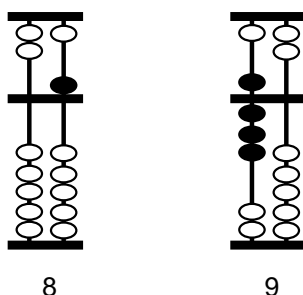
Sormien käyttö.

Vain kolmea sormea käytetään helmitaululla laskemiseen. Peukalo siirtelee alahelmiä ylöspäin ja etusormi alas, kun taas keskisormi on varattu liikuttamaan yläelmiä. Nimetön ja pikkusormi pidetään

koukussa tai ojennettuina poissa liikuttamasta helmiä vahingossa. Tämä on tärkeää virheiden välttämiseksi. Vasenkätinen voi käyttää vasenta kättä. Sanomattakin on selvää, että vasenkätisen kannattaa muuttaa koko taulu mielessään peilikuvakseen ja vaihtaa tankojen arvot ja kaikki ohjeet päinvastaiseen järjestykseen.

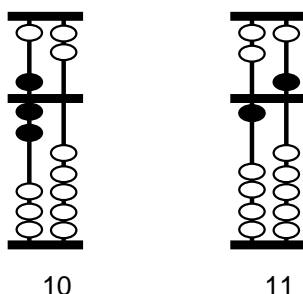
II Yhteenlasku

Jokainen oppii jotenkuten laskemaan yhteen helmitaululla ilman opetustakin. Otetaanpa seuraava esimerkki. Miten lasketaan $5+3$? Kuvat 8 ja 9 näyttävät oikean tavan eikä enempää selittelyä tarvita.

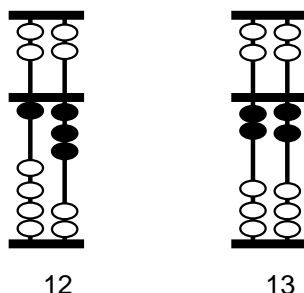


Tarvittavia sääntöjä.

Pari sääntöä voi olla avuksi. Esimerkiksi laskettaessa $7+8$ siirretään aluksi 1 ylähelmi alas ja 2 alahelmeä ylös: näin muodostuu 7. kun huomaamme, että samaan tankoon ei mahdu lisättäväksi kahdeksaa, on luonnollista siirtää seuraavalta tangolta yksi helmi ylös ja alkuperäiseltä 2 alas. Kuvista 10 (7) ja 11 (15) näemme, että tarvitaan vain 2 liikettä: nostetaan yksi helmi vasemmanpuoleisella, tässä kymmeniä edustavalla tangolla ja vähennetään 2 helmeä tangolla, jolla on 7. Tapana on, että ensin alennetaan kaksi ykköstä edustavaa helmeä ja vasta sitten nostetaan yksi kymmeniä edustava helmi. Saamme säännön 8 lisäämiselle: ”poista 2, lisää 1”.



Samaan tapaan $13+9$ on esitetty kuvissa 12 ja 13 ja saamme ohjeeksi: ”9, poista yksi, lisää 1”.



Yhteenlaskusääntöjä.

Paina mieleesi nämä yhteenlaskusäännöt:

- (1) 1 (missä on 4) alas 5, pois 4.
- (2) 2 (missä on yli 2 mutta alle 5) alas 5, pois 3.
- (3) 3 (missä on yli 2) alas 5, pois 2 .
- (4) 4 (missä on 1) alas 5, pois 1.
- (5) 6 (missä on yli 5 mutta alle 9) lisää 1, pois 5, etene 1.
- (6) 7 (missä on 5,6 tai 7) lisää 2, pois 5, jatka 1.
- (7) 8 (missä on 5 tai 6) lisää 3, pois 5. jatka 1.
- (8) 9 (missä on 5) lisää 4, pois 5, jatka 1.
- (9) 1 (missä on 9) poista 9, jatka 1 (ts. lisää 1 viereiseen tankoon vasemmalla).
- (10) 2 (missä on 8 tai 9) pois 8, jatka 1.
- (11) 3 (missä on yli 7) pois 7, jatka 1.
- (12) 4 (missä on yli 6) pois 6, jatka 1.
- (13) 5 (missä on yli 5) pois 5, jatka 1.
- (14) 6 (missä on 4 tai 9) pois 4, jatka 1.
- (15) 7 (missä on 3, 8 tai 9) pois 3, jatka 1.
- (16) 8 (missä on 2, 3, 4, 7, 8 tai 9) pois 2, jatka 1.
- (17) 9 (missä on yli 9) pois 1, jatka 1.

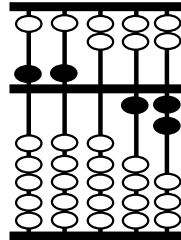
Nämä säännöt ovat itsestään selviä. Itse asiassa jokainen voi keksiä tällaisia sääntöjä käyttämällä apuna hieman laskentoa.

Säännöt työssä.

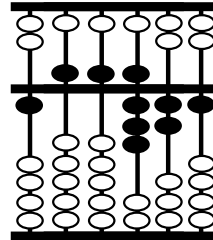
Katsokaamme nyt miten useampinumeroisia lukuja voi laskea yhteen helmitaululla käyttäen yllä olevia sääntöjä.

$$50007 + 5005 + 804 + 100005 = 2155821$$

Kuvio 14 on ensimmäisen yhteenlaskun tulos ja kuvio 15 viimeisen. Kokeile itse ja katso saanko saman lopputuloksen. Missä mitään sääntöä ei ole käytetty, siellä ei mitään ole mainittu. Käytetyt säännöt ovat numerot 13, 4, 13.



14

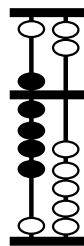


15

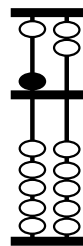
Laske nyt lisää summia tarkasta tuloksesi laskennon avulla.

III Vähennyslasku

Voit käyttää helmitaulua tähän tarkoitukseen tietyssä laajuudessa, aivan kuten yhteenlaskuunkin. Esimerkiksi 9-4. Kuvioista 16 ja 17 huomaa, ett'ei kukaan tarvitse hetkenkään miettimistä tämän tekemiseen. Poistamalla 4 on tulos saatu.

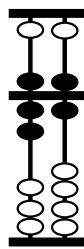


16

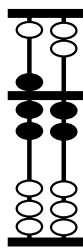


17

Seuraavassa tapauksessa tarvitaan tiettyä sääntöä: $76-4=?$ Soveltamalla kuvassa 18 olevaan vähennettävään sääntöä: ”-4: lisää 1, pois 5”, saadaan 72, joka näkyy kuvassa 19.



18



19

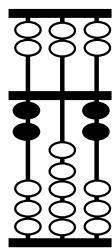
Säännöt.

Ne, jotka ovat tutustuneet yhteenlaskusääntöihin osaavat helposti muotoilla vähennyslaskusäännöt itsekin. Muodosta säännöt ja vertaa niitä allaoleviin painaen ne mieleesi:

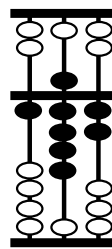
- (1) 1 (missä on 5) lisää 4, pois 5.
- (2) 2 (missä on 5 tai 6) lisää 3, pois 5.
- (3) 3 (missä on 5, 6 tai 7) lisää 2, pois 5.
- (4) 4 (missä on 5, 6, 7 tai 8) lisää 1, pois 5.
- (5) 1 (missä on nolla) lainaa 10 (ts. poista 1 helmi lähimmästä vasemmanpuoleisesta tangosta), lisää 9.
- (6) 2 (missä on nolla tai yksi) lainaa 10, lisää 8.
- (7) 3 (missä on nolla, 1 tai 2) lainaa 10, lisää 7.
- (8) 4 (missä on nolla, 1, 2 tai 3) lainaa 10, lisää 6.
- (9) 5 (missä on nolla tai 4) lainaa 10, lisää 5.
- (10) 6 (missä on nolla tai 5) lainaa 10, lisää 4.
- (11) 7 (missä on nolla tai 6) lainaa 10, lisää 3.
- (12) 8 (missä on nolla tai mikä tahansa summa alle 8) lainaa 10, lisää 2.
- (13) 9 (missä on nolla tai mikä tahansa numero alle 9) lainaa 10, lisää 1. On tarpeetonta lisätä, että yhteenlaskun sääntöjä käytetään myös vähennyslaskussa, missä yhteenlasku pitää korvata yllä olevien sääntöjen mukaisesti.

Esimerkkejä.

Tässä on muutamia lisäesimerkkejä: Vähennä luvusta 215 luvut 9, 4, 7 ja 3. Muodosta helmitaululle luku 215. Käytä sääntöjä 13 ja 4 (tulos näkyy kuvassa 20), sitten sääntöä 11 (koska kymmenissä on nolla, poista 1 sadoista, lisää 9 kymmeneen), ja sääntöä?????. Jäännös näkyy kuvassa 21.



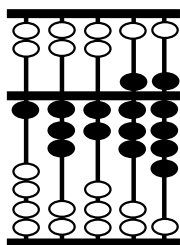
20



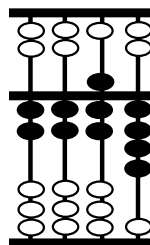
21

Vähennä luvusta 28 547 luvut 340, 14 918, 9 008 ja 2 007.

Muodosta helmitaululle 28 547. Käytä sääntöä 3 ja poista 4. Sitten poista 10 000, käytä sääntöjä 4, 13, 5 ja 6 (nyt jäännös on kuvassa 22), 13 ja 11. Jäännös on kuvassa 23.



22



23

Osaamme nyt tehdä helmitaululla yhteen- ja vähennyslaskuja. Tulokset osaamme tarkastaa tekemällä yhteenlaskun jälkeen vähennyslaskun ja kääntäen.

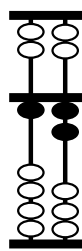
IV Kertolasku

Kertomataulun käyttöä.

Helmitauluun voi soveltaa samaa kertomataulua kuin laskentoon. $2 \times 8=16$ ja $3 \times 8=24$ kelpaa käytettäväksi kummassakin. Kysymys kuuluu miten näitä tehdään helmitaululla. Sääntö on, että joko kertojan tai kerrottavan (jos se on kirjoitettuna vasemmalle) pitää olla liikkeessä ja kun se on liikkeessä, niin ykkösten tangosta tulee kymmenten tanko. Esim. laskussa 6×2 muodostetaan ensin 6. Sitten sanoty mielessäsi, että 6 kertaa 2 on 12 ja poistat ylemmän helmen (5), ja panet kaksi helmeä viereiselle oikeanpuoleiselle tangolle niin että aikaisemmasta ykkösten tangosta (jolla 6 oli) tulee kymmenten tanko.



24

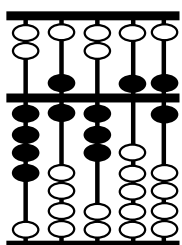


25

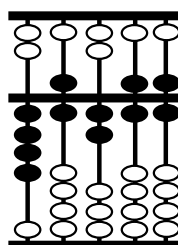
Pari esimerkkiä riittää peruskertolaskuista.

Kertoja yksinumeroinen.

Lasketaan seuraava tulo: $4\ 638 \times 7 = ?$ Seuraavat neljä kuvaa havainollistavat menettelyä. Laita ensin 4 638 helmitaulun vasempaan laitaan ja halutessasi 7 oikeaan laitaan. Aloita sitten kertomalla kerrottavan viimeinen numero 8 luvulla 7, ja vaihda sen tilalle 5 ja sijoita 6 seuraavaan (oikealla). Nyt helmitaulu on kuvan 26 asennossa.

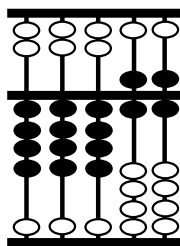


26

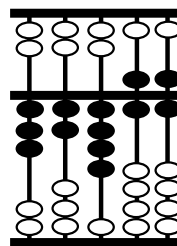


27

Seuraavaksi kerrotaan kerrottavan toiseksi viimeinen numero 3 luvulla 7. Korvaa kolmonen 2:lla ja ynnää 1 seuraavaan sarakkeeseen oikealla. Tarkasta, että tulos on kuvan 27 mukainen. Sitten kerrotaan komanneksi viimeinen numero 6 luvulla 7 korvaamalla 6 nelosella (nosta 3 alahelmeä ja poista ylähelmi) ja lisäämällä 2 oikeanpuoleiseen naapuritankoon. Vertaa kuvaan 28.



28

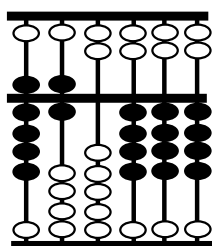


29

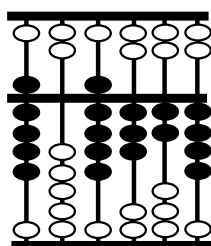
Lopuksi kerrotaan ensimmäinen numero 4 luvulla 7. Tiedät, että tulo on 28. Korvaa nelonen kakkosella poistamalla 2 helmeä ja lisää 8 seuraavaan tankoon. Koska siellä on 4, käytät sääntöä ”8, poista 2, etene 1”. Vertaa tulostasi kuvaan 29. Ei tarvitse erikseen mainita, että jos ei ole oppinut yhteenlaskua ei kertolaskuakaan osaa.

Kertoja moninumeroinen.

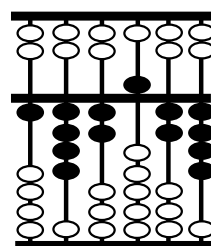
Kun kertojassa on useampia kuin yksi numero, niin sääntönä on aloittaa toiseksi viimeisenä vasemmalla olevalla numerolla, (siis toinen vasemmalta), jatkaa kolmannella, neljännellä jne. ja käsitellä vasta viimeiseksi äärimmäisenä vasemmalla oleva numero. Esim. laskettaessa 963×148 kerrotaan ensiksi 3×4 , sitten 3×8 ja lopuksi 3×1 , Tulos näkyy kuvassa 30. Ensimmäisen kertolaskun tulos on 444. Huomaa, että kun kerrot 3×4 , niin kolmoseen ei pidä koskea. Tulon ykköset pannaan kerrottavasta 3 kaksi tankoa oikealle niin, että muodostuu 312. Sitten kerrotaan 3 luvulla 8. Tämän tulon ykköset lisätään kerrottavasta kolme tankoa oikealle niin, että muodostuu 3144. Lopuksi 3 kerrotaan ykkösellä. Poista 3 ja lisää 3 seuraavaan tankoon, jolloin syntyy 444 kuten kuvassa 30



30

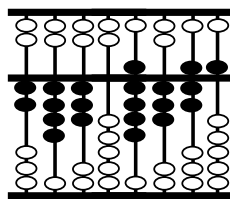


31

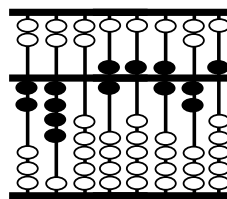


32

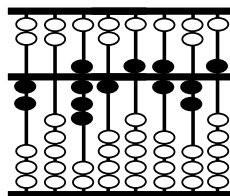
Sitten kerrotaan 6 vuorollaan 4:llä, 8:lla ja 1:llä. Tulos näkyy kuvassa 31.



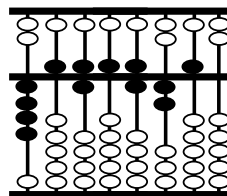
33



34



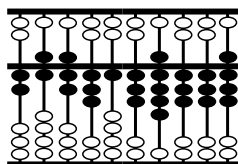
35



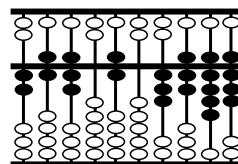
36

Samalla tavalla kerromme 9:n näillä kolmella luvulla ja saamme tulon 142 524, joka on kuvassa 32. Ymmärräämme, että monia yhteenlaskun sääntöjä on sovellettava kertolaskun suorittamiseksi. Näytetään, miten kertolaskussa käsitellään suuria lukuja esitämme muutamia lisäesimerkkejä vähin selityksin.

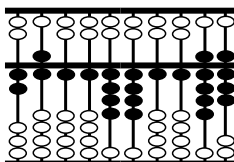
Mitkä ovat vaiheet laskettaessa $2\,435 \times 1\,875 = 4\,565\,625$? Kuvio 33 näyttää tilanteen ensimmäisten helmiensiertelyjen jälkeen (5 x 8, 7, 5, 1, ts. 1,875); kuviossa 34 on toisen (3 x 8, 7, 5, 1), kuviossa 35 kolmannen (4 x 8, 7, 5, 1) ja kuviossa 36 viimeisen (2 x 8, 7, 5, 1) siirtelyn tulos. Vertaa kuvioita 37 - 41 siirtoihin, joilla lasket tulon $26\,739 \times 15\,482 = 413\,973\,193$.



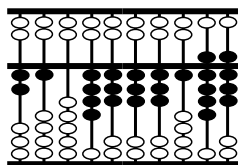
37



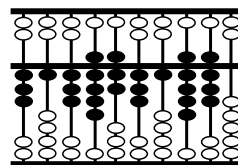
38



39



40



41

Seuraava esimerkki on $29\ 034 \times 6\ 009 = 174\ 465\ 306$. Kuviot 42 - 45 näyttävät välivaiheet. Täytyy olla huolellinen valitessa millä tangolla yhteenlaskut tehdään. Ykköset ja kymmenet eivät saa mennä sekaisin. Kertolaskussa voi tulla vaikeuksia, ku numeroina on sellaisia kuin 998 tai 89. Tällöin huomaa, että helmet eivät riitä. Tässä tapauksessa voi ylintä helmeä käyttää kymppinä eikä viitosena ja tarvittaessa myös käyttää alinta helmeä.

V Jakolasku

Kertolaskussa selvittää vähin säännöin, mutta jakolasku vaatii joukkoa sääntöjä, jotka oppijat tosin voivat keksiä itsekin.

Tankojen arvot.

Jakolaskiussa tietyn tangon arvo vaihtelee lakutoimituksen aikana eri päin kuin kertolaskussa – ykkösistä tulee kymmenesosia. Kun esimerkiksi sääntöä ” 1 jaettuna 2:lla on 0,5” (lyhyemmin voimme sanoa ”5”) sovelletaan, niin 0,5 muodostetaan lisäämällä 4 samaan tankoon, jossa jo on 1. (Laske ylahelmi ja poista alahelmi.) Tämä on käänteistä kertolaskulle, jossa ykkösistä tulee kymmenten tanko. On ilmeistä, että pitää hallita yhteen- vähennys- ja kertolasku hyvin ennenkuin alkaa harrastaa jakolaskua. Kun luku jaetaan ykkösellä, ei tarvita mitään sääntöä, mutta kun se tehdään helmitaululla, niin numero poistetaan sieltä, missä se on, ja siirretään vasemmalle. Syy selitetään pian. Näin siis esimerkiksi, kun 234 jaetaan 1:llä, niin poistetaan ensin 2 ja 2 helmeä pannaan edelliselle tangolle; samoin tehdään 3:lle ja 4:lle. Tuloksena 3 on tangolla, jolla aluksi oli 2 ja nelonen on tangolla, jolla oli aluksi 3. Syy tähän siirtämiseen on se, että ainoastaan tekemällä tilaa tällä tavalla voidaan muita numeroita säästää koskemattomina myöhempään käyttöön. (vrt. kertolasku.)

Säännöt.

Tässä ovat säännöt.

Jako 2:lla:

- (1) 1 jaettuna 2 :lla on 5. Tämä on selitetty yllä. Jaettaessa 1, 10, 100 tai 1 000 luvuilla 20, 0,2 tai 2 000 tehdään samat siirrot.
- (2) (Missä on 2 tai 3) pois 2, etene 1.
- (3) (Missä on 4 tai 5) pois 4, etene 2.
- (4) (Missä on 6 tai 7) pois 6, etene 3.
- (5) (Missä on 8 tai 9) pois 8, etene 4.

Jako 3:lla:

- (1) 1 jaettuna 3:lla on 3 (nosta kaksi lisähelmeä ykkösen kaveriksi) ja jakojäännös 1, joka lisätään seuraavaan tankoon oikealle. Huyomaa, että se on siellä odottamassa myöhempää jakoa kolmosella tai muuta jatkokäsittelyä tilanteen mukaan.
- (2) 2 jaettuna 3:lla on 6 ja jäännös 2. (Vrt. edellinen sääntö).
- (3) (Missä on 3,4 tai 5) pois 3, etene 1. (Jos on 4, niin kolmosen poistamisen jälkeen on jäännös 1. Jaa se kolmosella, jos tarvitaan. Käytä samaa sääntöä muihinkin jäännöksiin.)
- (4) (Missä on 6,7 tai 8) pois 6, etene 2.
- (5) (Missä on 9) poista 9, etene 3.

Jako 4:lla:

- (1) 1 jaettuna 4:llä on 2 jäännös 2.
- (2) 2 jaettuna 4:llä on 4, jäännös 5.
- (3) 3 jaettuna 4:llä on 7, jäännös 2
- (4) (Missä on 4, 5, 6 tai 7) pois 4, etene 1.
- (5) (Missä on 8 tai 9) pois 8, etene 1.

Jako 5:lla:

- (1) 1 jaettuna 5:llä on 2
- (2) 2 jaettuna 5:llä on 4
- (3) 3 jaettuna 5:llä on 6
- (4) 4 jaettuna 5:llä on 8
- (5) (Missä on 5,6,7,8 tai 9) pois 5, etene 1.

Jako 6:lla:

- (1) 1 jaettuna 6:lla on 1 (älä siirrä helmiä) ja jakojäännös 4
- (2) 2 jaettuna 6:lla on 3, jäännös 2.
- (3) 3 jaettuna 6:lla on 5.
- (4) 4 jaettuna 6:lla on 6, jäännös 4.
- (5) 5 jaettuna 6:lla on 8, jäännös 2.
- (6) (Missä on 6, 7, 8 tai 9) pois 6, etene 1.

Jako 7:lla:

- (1) 1 jaettuna 7:lla on 1, jäännös 3
- (2) 2 jaettuna 7:lla on 2, jäännös 6.
- (3) 3 jaettuna 7:lla on 4, jäännös 2.
- (4) 4 jaettuna 7:lla on 5, jäännös 5.
- (5) 5 jaettuna 7:lla on 7, jäännös 1.

- (6) 6 jaettuna 7:lla on 8, jäännös 4. (Missä on 6, 7, 8 tai 9) pois 7, etene 1.

Jako 8:lla:

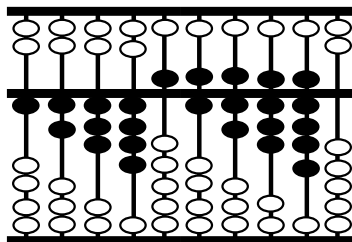
- (1) 1 jaettuna 8:lla on 1, jäännös 2.
- (2) 2 jaettuna 8:lla on 2, jäännös 4.
- (3) 3 jaettuna 8:lla on 3, jäännös 6.
- (4) 4 jaettuna 8:lla on 5.
- (5) 5 jaettuna 8:lla on 6, jäännös 2.
- (6) 6 jaettuna 8:lla on 7, jäännös 4.
- (7) 7 jaettuna 8:lla on 8, jäännös 6. (Missä on 6, 7, 8 tai 9) pois 7, etene 1.

Jako 9:lla:

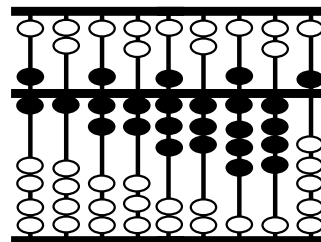
- (1) 1 jaettuna 9:lla on 1, jäännös 1.
- (2) 2 jaettuna 9:lla on 2, jäännös 2.
- (3) 3 jaettuna 9:lla on 3, jäännös 3. jne.

Yksinumeroinen jakaja.

Tarkastellaan nyt miten nämä säännöt toimivat. Seuraavat kuviot 46 ja 47 näyttävät lukua 123456789 jaettuna luvulla 2 ja osamäärää.

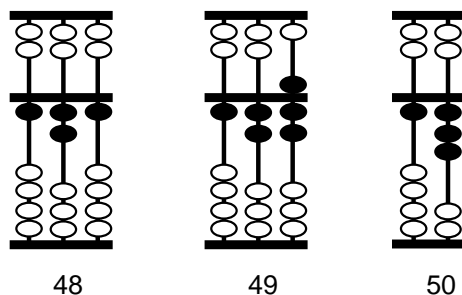


46

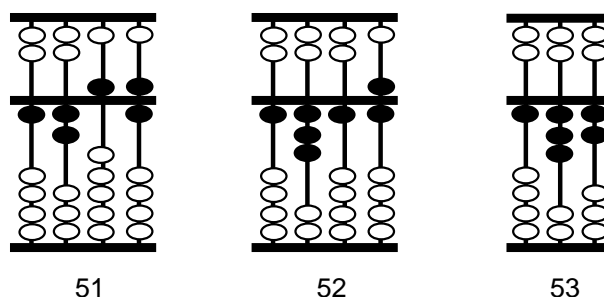


47

Tässä on käytetty sääntöjä 1,2,2,1,3,3,1,4,4,1,5,5,1. Kiinnitä huomiota jäännöksiin. Käy vaiheet läpi helmitaulullasi. Käytä laskennon taitojasi ja harjoittele mahdollisimman paljon. Apuna voit käyttää seuraavia harjoitustehtäviä. Kuviot 48, 49 ja 50 esittävät vaiheita jaettaessa 91 luvulla 7. Tulos on 13. Muodosta ensin 91 helmitaululle. Käytä sääntöjä 7 (kuva 48), 2 (kuva 49), 7 (kuva 50).



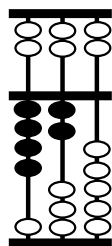
Kuvat 51, 52 ja 53 esittävät vielä yhtä jakolaskua. tässä 1 056 on jaettu 8:lla ja on saatu 132. Säännöt ovat 1 (kuva 51), 2, 8 (kuva 52), 1,8 (kuva 53).



Moninumeroinen jakaja.

Kun jakaja on suurempi kuin 10, niin täytyy soveltaa myös kertoja vähennyslaskua. Jaettaessa kaksinumeroisella luvulla käsitellään ensin jakajan kymmenet ja jaettaessa kolminumeroisella käsitellään ensin sadat. Katso seuraavaa esimerkkiä. Pitää jakaa \$245 tasan 25 miehelle. Muodosta helmitaululle luku 245. Huomaat heti, että 245 on vähemmän kuin 25×10 . Jos nimittäin sovellet sääntöä ”pois 2, etene 1”, saat, että 20 miehelle kuuluu ainakin \$10, mutta loput 45 taalaa eivät riitä siihen, että muut 5 miestä saisivat kukin \$10. Tässä tulee avauksi toinen sääntö. Sääntö on seuraava: ”Kun huomaat, että 2 ei ole tarpeeksi jakolaskussa”, vaihda 2 luvuksi 9 plus jäännös 2 (toisin sanoen, sen sijaan, että antaisit jokaiselle 20 miehelle \$10, annat kullekin \$9, jolloin jää jäännös \$2). Kokeile nyt, riittääkö jäännös siihen, että antamaan jäljelle jääneille 5:lle kullekin \$9. Hyvin kävi, jäi \$65. Nyt siis vähennät \$45 ($\9×5, siis loput miehet saavat kukin \$9) ja jää jäännös \$20 (kuva 54). Jäljelle jääneen \$20 jakamiseksi 25 miehelle on menettely toistettava vaihtamalla 2 muotoon 9 plus jäännös 2 (ts. antamalla \$0.9 kahdellekymmenelle miehelle, jolloin jää jäännös

\$2). Tämän tehtyään huomaa, että sekään ei riitä siihen, että muille 5:lle olisi vielä annettavana \$0,90, mihin tarvittaisiin \$4,50, vaikka jäljellä on vain \$2. Tarvitaan taas uutta sääntöä. Tämä sääntö on ”jos jäännös ei riitä jakoon”, niin vähennetään 1 plus 2, ts. voit ottaa \$0,10 jokaiselta 20 mieheltä (Nyt heille jää kullekin 0,8, siksi vähensit ykkösen.), jossa on jäännöksenö 2 (siksi lisäsit kakkosen).



54

Jotta myös kukin muista 5 miehestä saisi \$0,80, tarvitset \$4 jaettavaksi tasan heidän keskenään. Yhdellä vähennyslaskulla huomaat, että sinullaonkin juuri tarvittavat \$4. Osamäärä on siis \$9,80 (ks. kuva 55). Toista tätä menettelyä kunnes olet täysin tottunut siihen. Tällaiseia vähennyslaskuja voi joutua toistamaan. Esimerkiksi, kun luku jaetaan 2:la, niin vähennetään 2 plus 4 tai 3 plus 6 jne. Tämä sääntö pätee myös muihin numeroihin. kun jakaja on 8, niin vähennetään 1 plus 8; kun jakaja on 9, niin vähennetään 1 plus 9. Tällä tavalla jakaja saattaa kasvaa vaika kymmenmerkkiseksi, mutta menettely on sama.

Säännöt jakolaskulle, jossa jakaja on yli 10.

Ymmärrettyäsi läpikotaisin edellisen esimerkin huomaat helpoksi ymmärtää myös muut jakolaskun säännöt tapauksessa, jossa jakaja on suurempi kuin 10, tai pystyt jopa keksimään säännöt itse.

Jaettaessa 2:lla ($x \dots$): (jos 2 ei riitä jakoon) vaihda 2:n tilalle 9 plus 2 (Ja jos jäännös ei riitä jakoon), vähennä 1 luvusta 9 plus 2.

Jaettaessa 3:lla ($x \dots$): (jos 3 ei riitä jakoon) vaihda 3:n tilalle 9 plus 3 (Ja jos jäännös ei riitä jakoon), vähennä 1 luvusta 9 plus 3.

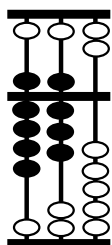
...

Jaettaessa 8:lla ($x \dots$): (jos 8 ei riitä jakoon) vaihda 8:n tilalle 9 plus 8 (Ja jos jäännös ei riitä jakoon), vähennä 1 luvusta 9 plus 8.

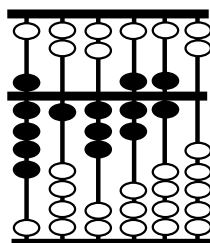
Jaettaessa 9:lla ($x \dots$): (jos 9 ei riitä jakoon) vaihda 8:n tilalle 9 plus 9 (Ja jos jäännös ei riitä jakoon), vähennä 1 luvusta 9 plus 9.

Vielä esimerkki.

Kokeilepa tätä $9\,147,60 : 2,376 = ?$ Muodosta helmitaululle 91 476 (kuva 56). Aloita numerosta 9. Poista 6, etene 3 (osamäärän ensimmäinen numero). Nyt vähennä tulo $3 \times 376 (=1\,128)$ jäännöksestä 31 476. Vähennä ensin tulo $3 \times 9 (=9)$ jäännöksestä näin:



55



56

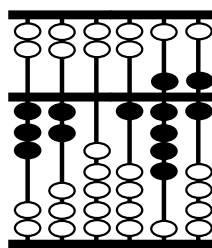
$$3147,60 - 900 = 2247,60 \text{ (jäännös) .}$$

Vähennä sitten tulo $3 \times 7 (=21)$ yo. jäännöksestä:

$$2247,60 - 210,00 = 2037,60 \text{ (jäännös).}$$

Lopuksi vähennä tulo $3 \times 6 (=18)$

$2037,60 - 18,00 = 2019,60$ (jäännös, vertaa kuvioon 57, jossa 3 on osamäärä)



57

Seuraavaksi, jaa jäännös $2\,019,60$ luvulla 376 . Vaihda ensin 2 muotoon 9 plus 2 . Jäännös 2196 ei riitä jakoon. Vähennä $1\,9$ plus 2 :sta. Nyt osamäärään tulee toiseksi luvuksi 8 ja jakojäännökseksi 4196 . Vähennä tulo $8 \times 376 (=3008)$ jäännöksestä. Vähennä ensin tulo $8 \times 3 (=24)$ näin:

$$419 - 240 = 179,60 \text{ (jäännös).}$$

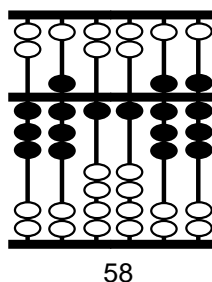
Sitten vähennä tulo $8 \times 7 (=56)$ jäännöksestä:

$$179,60 - 56,00 = 123,60 \text{ (jäännös).}$$

Vähennä vielä tulo $8 \times 6 (=48)$ jäännöksestä:

$$123,60 - 4,80 = 118,80 \text{ (jäännös).}$$

Vrt. kuva 58, jossa 38 on osamäärä.)



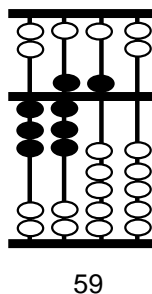
Lopuksi jaa jäännös 1188 luvulla 376. Vaihda 1 viitoseksi (osamäärän viimeinen numero), vähennä jäännöksestä tulo $5 \times 378 (=1880)$. Vähennä ensin jäännöksestä tulo $5 \times 3 (=15=:$ $18,80-15,00=3,80$ (jäännös). Vähennä sitten tulo 5×7 tästä:

$$3,80 - 3,50 = 0,30 \text{ (jäännös).}$$

Lopuksi, vähennä tulo $5 \times 6 (=30)$:

$$0,30 - 0,30 = 0,00.$$

Ei ole enää jäännöstä, ja täydellinen osamäärä on 348 (kuva 59)



IV Johtopäätös

Kiinalaisella helmitaululla on monta käyttötapaa. Sen käyttökel-
poisuus riippuu käyttäjän taidosta ja tarpeesta. Kun osaa neljä pe-
ruslaskutoimitusta, voi keksiä oikopolkuja ja omia sääntöjä. Voi esi-
merkiksi vähentää 70 luvusta 750. kun pitää kertoa 750 luvulla 9,
sillä tulos on oleellisesti sama, mutta vähennyslasku paljon nopeampi
kuin kertolasku. Samoin luvun kertominen 11:lla käy lisäämällä siihen
sen kymmenesosa. Yhteenlasku on mukavampaa helmitaululla kuin
paperilla. Helmitaulu on helppo käyttää ja ällistyttävän nopea. On
aina hyödyllistä tarkastaa yhteenlaskun tulos vähennyslaskulla, kerto-
lasku jakolaskulla ja päinvastoin. Pieniä virheitä tulee toisinaan teh-
tyä toistamalla sama laskuvaihe aiheettomasti. Harjoituksen vuoksi
voi tarkastaa laskut myös paperilla. Taitoa ei voi opettaa puhumalla
tai kirjoittamalla siitä. Vain harjoitus tekee mestarin. Kun käytät
helmitauluasi niin usein kuin suinkin, niin kolme sormeasi oppivat
pian siirtelemään helmiä täysin mekaanisesti.

HELMITAULUJEN HISTORIAA JA MUITA TIETOJA

Historiaa.

Helmitaulu ei ole laskukone, vaan kirjanpitoväline, jota käytetään laskettaessa moninumeroisilla luvuilla. Helmitaulun käyttäjän - vaikkapa muinaisaikaisen kauppiaan - ei tarvitse tuntea lukujen merkkejä eikä osata kirjoittaa. Kymmeneen perustuva numerojärjestelmä on luultavasti kehittynyt yhdessä helmitaulun ja sen edeltäjän, laskupöydän, kanssa. Varhaisimpia laskupöytiä ei ole säilynyt, mutta on aihetta uskoa, että vaikkapa hiekkaan tikulla piirretty tukkimiehen kirjanpito on ollut alkuna pysyvämpien laskuapureiden kehittymiselle. Kiinalaiset numerot muistuttavat tästä vaiheesta yhä. Lähempänä helmitaulua on idea piirtää maahan vierekkäin kolme ruutua edustamaan ykkösiä, kymmeniä ja satoja ja suorittaa laskuja siirtelemällä pieniä kiviä (vrt. lat. *calculi*) ruudusta toiseen. Tästä on vain askel pysyvään laskulautaan, jossa on syvennykset kiviä varten. Tällaisia käytettiin antiikin ajan länsimaisissa kulttuureissa yleisesti.

Vanhimmat kiinalaiset keraamiset laskuhelmet ovat peräisin läntisen Zhou-dynastian ajalta, siis 3000 vuotta vanhoja. Nykyisen tietämyksen mukaan vanhin historiallinen tieto laskemisesta helmitaululla on Xu Yuen kirjoittama ”aritmeettinen kronikka” itäisen Handynastian (meidän ajanlaskumme alun) ajalta. Sen mukaan helmitaulussa on yksi ylähelmi ja neljä alahelmeä (vrt. soroban). Klassinen kiinalainen helmitaulu on ollut olemassa ainakin Song-dynastiasta (noin 1200) alkaen. Tämä näkyy mm. useista tuon ajan maaluksesta. Yuan-dynastian aikana helmitaulu yleistyi koko valtakunnassa ja Ming-dynastian aikana (n 1500) ilmestyi kaksi ohjekirjaa, joissa on merkittävän täydelliset käyttötavat.

Taulujen rakenteesta.

Kiinalainen helmitaulu on tankoja myöten yleensä tehty puusta messinkiheloin. Eri käyttötarkoituksiin on erikokoisia, suurimmat opetuskäyttöön. Tankojen määrä vaihtelee. Työn aikana helmitaulua pidetään vaakasuorassa pöydällä tai polvilla ja helmiä siirrellään yhden käden kolmella sormella. Helmet ovat lepotilassa kehyksen puolella ja laskettuna palkin puolella. Klassisessa kiinalaisessa helmitaulussa (suan pan) on 2 yähelmeä ja 5 alahelmeä kussakin tangossa. Tämä malli on ollut vallitsevana 1850-luvulle asti, jolloin ylin helmi alettiin jättää pois. Kiinassa käytetään kuitenkin lähes yksinomaan klassista mallia. 1930-luvulla tulivat käyttöön soroban-tyyppiset helmitaulut, joissa on alinkin helmi poistettu. Tämä malli on nykyisin vallitseva Japanissa. Toisin kuin klassista kiinalaista mallia soroban-aulua käytetään kahdella sormella, peukalolla ylös, etusormella alas, lukuunottamatta joitakin erikoistapauksia, joissa etusormea käytetään myös helmien nostamiseen (näin esim. lisättäessä 3 tankoon, jossa on 8, (Jian Chi Jia Shi: pois 7, lisää 10.) Tietokoneanimaatiolla toteutetuissa helmitauluissa on se vika, että sormitekniikkaa ei opi.

Levinneisyys.

Helmitaulua käytetään edelleen yleisesti Aasian kauppapuodeissa samoin kuin Amerikan ”chinatowneissa”. Sen käyttöä opetetaan edelleen kouluissa Aasiassa, mutta lännessä valitettavasti ei enää. Venäjällä on oma helmitaulunsa, jossa on vaakasuorissa kaarevissa tangossa kymmenen helmeä kussakin. Keskimmäiset ovat eri värisiä. Hiljattain on Keski-Amerikasta löydetty atsteekkien helmitaulu (Nepohualzitzin) noin vuodelta 1000. Siinä on helminä maissinjyviä pujojotettuina kehykseen kiristettyihin naruihin. Vuonna 1958 Lee Kai-chen alkoi markkinoida yhdistelmää, jossa on kiinalainen ja japanilainen helmitaulu päällekkäin samassa kehyksessä. Sen käyttötapoina mainitaan mainoksessa nelilaskintoimintojen lisäksi neliö- ja kuutiojuuren määrääminen.

Käyttötapoja.

Helmitaulun avulla voi mukavasti opettaa lapsille matematiikkaa, etenkin kertolaskua. Helmitaulua voi käyttää korvaamaan kertomataulun pänntäyksen, jota monet lapset inhoavat. Helmitaulu sopii myös muiden kuin kymmenjärjestelmän opettamiseen, sillä se sopeutuu mihin järjestelmään tahansa. Näkövammaiset lapset oppivat hel-

mitaululla laskemisen paperilla laskemisen sijaan.

Verkkoapua.

www:ssä on runsain määrin helmitaulua ja sen käyttöä esitteleviä sivuja.

- (1) Viehättävä nettimuseo, jossa on valokuvattuna kaikenlaisia mekaanisia laskukoneita.
<http://www.joernluetjens.de/sammlung/abakus/abakusen.htm>
- (2) Virtuaalilaskin: (javascript):
<http://qi-journal.com/culturearticles/abacusindex.html>
- (3) Helmitaulusivuluettelo:
<http://www.ee.ryerson.ca:8080/elf/abacus/>
- (4) Käyttöohjeita:
<http://www.arches.uga.edu/mocat/abacus/abshock.html>
- (5) Toinen museo ALOHA pitää myös nettisivuja.
<http://www.alohama.com/abmuseum/index.shtml>