Matematiikan historia 2001
Harjoitus 10 Demoaika 21.11.2001 <u>klo. 8.00 – 10.00</u>
HUOMAA AAMUHERÄTYS JA PITKÄ AIKA!

Ohjelma: Luentoja on vielä 20. ja 21.11.

Demot 10 pidetään pidennettyinä alkaen jo klo 8.

Demot 11 pidetään pidennettynä luentoaikana ti 27.11. klo 12-14.

Tentti on keskiviikkona 28.11. klo 8.

Historian laitokselle pääsee katsomaan Fredriksonin karttoja tiistaina 4.14. klo 12, eli luentoaikana. Tapaaminen Historicalla klo 12.10.

1. Suomelan tehtävä 5.1 (sivu 55; Kepler ja Fermat, tynnyri.)

2. Suomelan tehtävä 5.2 a) ja b) (sivu 55; Roberval ja Fermat.):

3. Suomelan tehtävä 5.2 c) tai d) (sivu 55; Descartes tai Hudde & Sluse.)

4. Olkoon

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, \quad \text{ja} \quad g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$$

Määrää sarjakehitelmä funktioille

a) $f+g$, b) $3f$, c) fg.

d) (bonustehtävä:) $1/f$

e) (bonustehtävä; etsi valmis ratkaisu:) $\sqrt{f}$

f) (bonustehtävä; etsi valmis ratkaisu:) $f \circ g$

(Vrt. poistettu tehtävä tulevalta kierrokselta 11: Yritä todistaa suoraan, että analyyttisten funktioiden summa, tulo ja yhdistetty kuvaus ovat analyyttisiä funktioita (Weierstrassin mielessä; anal. funktio on potenssisarjan summa). Miten asia hoidellaan helpommin!)

5. Laske binomisarjan avulla $(1+x)^{-3/2}$ tarkkuudella ± 0.01, kun $x = \frac{1}{2}$.

6. Kerro funktion $g(x) = (1+x^2)^{\frac{1}{2}}$ binomisarja itsellään. Pitäisi tulle helppo tulos!

7. Laske luonnolliset logaritmit $\log 2, \log 3, \dots \log 10$ nelilaskimen avulla haluamallasi tarkkuudella laskemalla ensin funktion $\log(1+x)$ sarjalla

$$\log(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \dots$$

logaritmit luvuille $1,1 \quad 1,2 \quad 1,01 \quad 1,02 \quad 0,9 \quad 0,8 \quad 0,99$ ja $0,98$ ja käyttämällä sitten logaritmin laskusääntöjä. (Taululla riittä laskea malliksi vaikkapa $\log 2$ ja $\log 4$.)

8. Muodosta ”Leibnitzin harmoninen kolmio” aloittamalla harmonisella jonolla $\frac{1}{1}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{5}, \dots$ ja ottamalla näiden peräkkäisten erotukset seuraavaksi riviksi, toinen rivi alkaa siis luvuilla $\frac{1}{1}, \quad \frac{1}{2}, .$ Tällä differenssi-eli erotuskolmiolla kolmiolla oli yllättävä yhteys differentiaaleihin.

9. Boyerin tehtävä luvuista Fermat-Descartes-Newton-Leibnitz