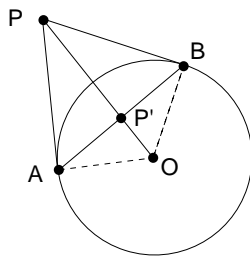
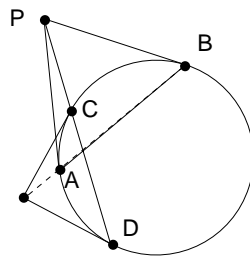


Kolmannen — näillä näkymin viimeisen — **tietokoneharjoitusryhmän perustaminen** alkaa olla ajankohtaista. Jotta ne pääsisivät mukaan, joille tiistai-ilta on sopimaton, on tarkoitus vaihtaa viikonpäivää. Maanantai ja yhtä kertaa lukuun ottamatta myös keskiviikko ovat omat suosikkini. Koetan aluksi pitää kellonajan invarianttina, siis aloittaisimme klo. 16. Jos olet tulossa, mutta jokin tietty viikonpäivä ei sovi, niin ilmoita sähköpostilla (kahanpaa@maths.jyu.fi).

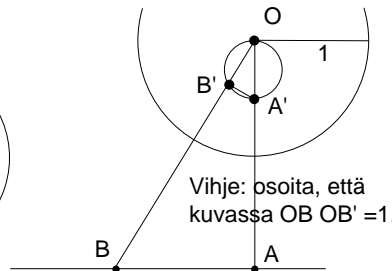
1. Todista koulugeometrian keinoin, että allaolevan kuvan tilanteessa pisteet  $P$  ja  $P'$  ovat toistensa kuvat inversiossa ympyrän suhteen, eli että  $\overline{OP} \overline{OP'} = \overline{OA}^2$ .



Tehtävä 1



Tehtävä 6



Tehtävä 10 / kierros 3

2. Annettuna ympyrän ulkopuolinen piste. Konstruoi harpilla ja viivoittimella pisteen kuva inversiossa.
3. Annettuna ympyrän sisällä 2 pistettä. Konstruoi harpilla ja viivoittimella pisteiden kautta ympyrälle ortogonaalinen ympyrä eli Poincarén mallin suora.
4. a) Annettuna ympyrä ja suora. Konstruoi harpilla ja viivoittimella suoran kuva inversiossa.  
b) Annettuna ympyrä ja toinen ympyrä. Konstruoi harpilla ja viivoittimella jälkimmäisen kuva inversiossa.
5. (Etsi ja) todista kosinilause ja / tai sinilause.
6. Ratkaise millä keinolla tahansa: Olkoon  $\gamma$  (euklidinen) ympyrä ja  $P$  sen ulkopuolinen piste, josta ympyrälle piirrettyjen tangenttien sivuamiskohdat olkoot  $A$  ja  $B$ . Olkoon edelleen  $s$  suora, joka kulkee pisteen  $P$  kautta ja leikkaa ympyrän kohdissa  $C$  ja  $D$ . Osoita, että pisteisiin  $C$  ja  $D$  piirretyt tangentit leikkaavat toisensa suoralla  $\overleftrightarrow{AB}$ , jos ollenkaan. (Kilpailu: kenellä elegantein todistusidea. Muista myös, mitä yhteyttä tällä onkaan Kleinin malliin?)
7. (jatkoa) Osaatko arvata, päteekö edellinen tulos, kun ympyrä korvataan ellipsillä tai muulla kartioleikkauksella?
8. (Tämä ei ole tehtävä, mutta on silti tehtävä: Kertaa tehtävä 10 kierroksella 3: Todista, että 1-säteisen ympyrän keskipisteestä etäisyydellä 2 olevan suoran kuva inversiossa on  $1/4$  - säteinen ympyrä - yhtä pistettä vaille, tosin.)

9. *Iäisyysongelma:* Tarkastellaan kurssin alussa esitettyä Legendren todistusyritystä paralleeliaksiomalle. Huomasimme siinä kymmenen perustelematonta kohtaa. Perustelee niistä ainakin yksi (lisää).