

## Kompleksianalyysi, Harjoitus 13, 19.4. 2013

Tehtävissä 1-5 laske residyt funktion  $f$  eristetyissä erikoispisteissä.

1.

$$a) f(z) = \frac{z}{z^2 + 1} \qquad b) f(z) = \frac{ze^{iz}}{(z + \pi)^2}.$$

2.

$$a) f(z) = \frac{\sin z}{z^2} \qquad b) f(z) = \frac{1}{\operatorname{Log} z}.$$

3.

$$f(z) = \frac{\sin z}{z^2 \cos z}.$$

4.

$$f(z) = \frac{1}{1 - z^n} \quad n \in \mathbb{N}.$$

5.

$$f(z) = \frac{1}{(1 - z)^n} \quad n \in \mathbb{N}.$$

6. Laske

$$\int_{\gamma} e^{3/z} dz, \quad \text{missä } \gamma(t) = e^{it}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

7. Laske residylauseen avulla

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + x^2} \quad (= \pi).$$

8. Laske residylauseen avulla

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + a^2} dx \quad a \in \mathbb{R}, a > 0 \quad (= \pi e^{-a}/2).$$

9. Laske residylauseen avulla

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x}{1 + x^2} dx, \quad (= 0).$$