

Johdatus diskreettiin matematiikkaan
Harjoitus 7, 30.10.-31.10.2013

1. Onko olemassa yhtenäistä verkkoa, jossa
 - (a) jokaisen kärjen aste on 5,
 - (b) on vain ja ainoastaan kaksi 1, 2, 3, 4 ja 5 asteista kärkeä sekä yksi 6 asteinen kärki?

2. Osoita, että epäyhtenäisen verkon naapurimatriisi N voidaan kirjoittaa muodossa

$$N = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix},$$

missä A ja B ovat neliömatriiseja ja 0:t ovat sopivan kokoisia nollamatriiseja.

3. Etsi yhtenäinen verkko, jolla
 - (a) on Eulerin kävely ja Hamiltonin kierros,
 - (b) on Eulerin kävely, mutta ei ole Hamiltonin kierrosta,
 - (c) ei ole Eulerin kävelyä, mutta on Hamiltonin kierros,
 - (d) ei ole Eulerin kävelyä eikä Hamiltonin kierrosta.
4. Onko shakkilaudalla mahdollista suorittaa ratsun kaikki mahdolliset siirrot peräkkäin toistamatta mitään siirtoa edes toiseen suuntaan?
5. Osoita, että yhtenäinen verkko (V, E) , jolla $|E| = |V| - 1$, on puu.
6. Osoita, että jos puussa on vähintään kaksi kärkeä, niin ainakin kahden kärjen aste on yksi.
7. Olkoon (V, E) verkko, jossa ei ole epätriviaaleja kierroksia. Osoita, että

$$|E| = |V| - k,$$

missä k on verkon (V, E) komponenttien lukumäärä.

Johdatus diskreettiin matematiikkaan
Ohjaus 7, 29.10.2013

1. Olkoon (V, E) verkko, missä $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ ja

$$E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, c\}, \{c, f\}, \{d, e\}\}.$$

Esitä (V, E) geometrisena kaaviona ja määritä sen naapurimatriisi. Onko (V, E) yhtenäinen?

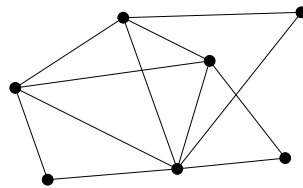
2. Olkoon (V, E) verkko ja

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

sen naapurimatriisi. Onko (V, E) yhtenäinen?

3. Tutki onko tehtävien 1 ja 2 verkoilla Eulerin kävelyä tai Hamiltonin kierrosta.

4. Esitä verkon



sivut mahdollisimman monella tavalla erillisenä yhdisteenä epätriviaaleista kierroksista.

5. Kahdeksasta kolikosta seitsemän on saman painoista ja yksi on muita kevyempi. Kuinka monta punnitusta tasapainovaa'alla tarvitaan, jotta saadaan selville mikä kolikoista on kevyin?

6. Onko olemassa puuta, jolla on Eulerin kävely? Entä Hamiltonin kierros?