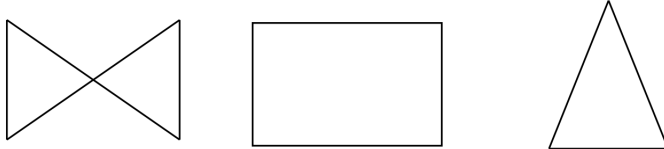


Algebra 1A, Harjoitus 1
Palauta kirjalliset ratkaisut viimeistään 1.4. 2016

1. Laske kaikkien permutaatioryhmän S_3 alkioiden kertaluvut ja käänteisalkiot.
2. Muodosta ryhmän U_{14} laskutaulukko (Koska U_{14} on Abelin ryhmä, riittää täyttää taulukon yläkolmio).
3. Olkoon G ryhmä, ja $a \in G$. Osoita, että alkion a käänteisalkio on yksikäsitteinen.
4. Olkoon G ryhmä, ja $a, b \in G$. Osoita, että $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.
5. Täydennä ryhmän (G, \star) , $G = \{a, b, c, d\}$ laskutaulukko perusteluineen:

\star	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a		
c	c		a	
d	d			

6. Kuinka monta alkioita kuuluu seuraavien kappaleiden symmetriaryhmiin:



7. Totea aluksi, että tasasivuisen kolmion symmetriaryhmän D_3 jokainen alkio voidaan esittää permutaatioryhmän S_3 alkiona, ja päinvastoin. Aseta tasasivuinen kolmio tasoon siten, että keskipiste on origossa ja yksi kärkipiste positiivisella x -akselilla. Esitä sitten ryhmän D_3 alkiot kierto- ja peilausmatriiseina.
8. Olkoon G ryhmä, jonka kertaluku $|G| \leq 5$. Osoita, että G on Abelin ryhmä (vihje: Jos G ei ole Abelin ryhmä, niin $ab \neq ba$ joillain $a, b \in G$. Tällöin e, a, b, ab ja ba ovat kaikki eri alkioita. Osoita ryhmän perusominaisuuksien avulla, että ryhmään kuuluu välttämättä myös jokin muu alkio).