

Algebra 1A, Harjoitus 4
Palauta kirjalliset ratkaisut viimeistään 22.4. 2016

1. Esitä seuraavat permutaatiot erillisten syklien yhdisteinä:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}, \quad (14)(27)(523)(34)(1472).$$

2. Mitkä seuraavista permutaatioista ovat parillisia:

$$(2468), (246)(134), (12)(123)(1234)?$$

3. Anna seuraavien permutaatioiden kertaluvut:

$$(123)(234)(567)(78910), (1236)(5910)(465)(5678) \in S_n, \quad n \geq 10.$$

4. Osoita, että ryhmässä S_{10} on alkio jonka kertaluku on n kun $n = 10, n = 20$ ja $n = 30$, mutta ei alkioita jonka kertaluku on 40.
5. Olkoon σ k -sykli, missä k on pariton kokonaisluku. Osoita, että on olemassa sykli τ siten, että $\tau^2 = \sigma$.
6. Säännöllisen tetraedrin kiertoryhmässä K on 12 alkioita (vertaa Harj. 3, T6). Osoita, että K on isomorfinen ryhmän A_4 kanssa (osoita, että jokainen ryhmän K alkio vastaa parillista permutaatiota).
7. Osoita, että $N = \{(1), (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ on ryhmän A_4 aliryhmä. Anna homomorfismi $f : A_4 \rightarrow \mathbb{Z}_3$ siten, että $f(x) = [0]_3$ kaikilla $x \in N$ (vihje: värity säännöllisen tetraedrin särmät kolmella värillä).
8. Osoita, että $S_n = \langle (12), (13), \dots, (1n) \rangle$, katso Monisteen Lause 1.37 (vihje: Monisteen Lauseen 1.65 nojalla riittää osoittaa, että jokainen vaihto (ab) voidaan esittää muotoa $(1k)$ olevien vaihtojen yhdisteenä).