DISSERTATIO ACADEMICA

DE FIGURA TELLURIS OPE PENDULORUM DETERMINANDA

PART. VI

PRAESIDE

M. GUST. GABR. HÄLLSTRÖM

PRO GRADU PHILOSPHICO

P.P.

JOHANNES GABRIEL BONSDORFF

In Audit. Mathemat. Die xxvii Junii MDCCCXV

ABOAE

Exscripsit Jukka Nyblom
IV Aprilis MMXIX

Qui allata methodo sic eruitur valor penduli polaris

$$P = \frac{544150}{1232{,}521} = 441{,}4933,$$

vero quidem proximus judicari potest. Sunt tamen rationes, quae illum dubium reddant, suadeantque, ut alia via certior determinari posse videatur. Quorundam enim locorum valor penduli pluries quam reliquorum in hacce occurrit comparatione, unde efficitur, ut si hic ipse aliquo scateat errore observationis, qui a reliquis observationibus non corrigitur, vis ejus in valore determinando justo major sit. E re igitur erit, ut alia quoque ratione, quadratorum scilicet minimorum methodo, haec quaestio examinetur, quo sic, ea ex omni parte considerata, verisimillimus eruatur valor.

Facta nimirum, ut supra, longitudine penduli aequatorialis $= E$, differentia longitudinis penduli polaris & aequatorialis seu $P - E = x$, atque latitudine loci $= \lambda$, ita ut e praecedentibus habeatur ejusdem loci longitudo peduli $p = E + x\sin^2\lambda$; supponamus ab hoc valore illum, qui experimentis est determinatus, quantitate parva $= t$ aberrare, quo sic habeatur $p - E - x\sin^2\lambda = t$. Hujusmodi igitur aequatio cuique loco observationis competit sua sequens[1]:

$$\begin{array}{rcl} \text{Spitsbergen } 441{,}380 - E - 0{,}9685\,x & = & t_1, \\ & \vdots & \\ \text{Puerto Egmont } 440{,}611 - E - 0{,}6099\,x & = & t_{49}. \end{array}$$

Hinc vero, sumtis quadratis omnium valorum t, positaque secundum methodum laudatam, pro sola quantitate E ut variabili primum considerata, summa omnium t^2 minima, scilicet $d(t_1^1 + t_2^2 + t_3^2 + \&c.) = 0$, quod hoc casu, quo quantitas E eodem ubique affecta est coëfficiente, eo redit, ut summa omnium aequationum arithmetice media quaeratur, eruitur aequatio:

$$440{,}1825 - E - 0{,}4102\,x = 0, \tag{1}$$

qua e superioribus subtracta sequentes producuntur:

$$\begin{array}{rcl} 1{,}1975 - 0{,}5583\,x & = & t_1, \\ & \vdots & \\ 0{,}4285 - 0{,}1997\,x & = & t_{49}. \end{array}$$

Hinc item erit:

$$\begin{array}{rcl} 0{,}31169\,x^2 - 2\cdot 0{,}66856\,x - \&c. & = & t_1^2, \\ & \vdots & \\ 0{,}03988\,x^2 - 2\cdot 0{,}08557\,x - \&c. & = & t_{49}^2. \end{array}$$

Collectis vero his omnibus aequationibus, habebitur

$$t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 + \&c. = 4{,}23447\,x^2 - 2\cdot 9{,}72635\,x - \&c.,$$

[1]Vide tota data in pag. 6. Not. a JN.

unde differentiando, pro casu minimi, orietur

$$d(t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 + \&c.) = 0 = 4{,}23447\, x\, dx - 9{,}72635\, dx,$$

atque $x = 2{,}29695$, quo valore in aequatione supra inventa

$$440{,}1825 - E - 0{,}4102\, x = 0$$

substituto, proveniet $E = 439{,}2393$, atque valor longitudinis penduli simplicis generalis $p = 439{,}239 + 2{,}297 \sin^2 l$.

Facta igitur hic $l = 90°$, invenitur longitudo penduli polaris $P = 441{,}539$, quam tamen ne ipsam quidem pro verissima adhuc esse censendam ostendemus.

Si nempe valor p ex hac formula pro quovis loco, ubi determinata habetur per experientiam longitudo penduli, eruitur; differentia ab observata longitudine adeo interdum magna, aut e vitio quodam observationis omnem exspectationem superante, aut ex inaequalitatibus terrae insignioribus, aut denique ex utraque causa simul agente proficiscens, provenit, ut in hac comparatione, qua generalis quaedam intenditur determinatio, qualem omnes observationes in eundem finem amice & conjunctim conspirantes praebent, illae observationes, quae a reliquis nimis aberrare videntur, plane omittantur. Accedit, quod omnes allatae observationes simul sumtae talem telluri esse ostendant ellipticitatem, quae cum eadem ex aliis rationibus deducta non satis bene convenit. Harum enim rerum scrutatoribus patet, non minus mensurandi operationes exactissimas, quibus longitudines partium meridiani cujusdam sunt determinatae, quam plures ex Astronomia desumtae rationes[2] suadere, ut assignetur terrae, utpote non homogeneae, sed majoris versus centrum densitatis, ellipticitas quam proxime $= \frac{1}{305}$.

Est vero supra (P, IV, pag, 10) ostensum haberi

$$n = \frac{1}{p}\sqrt{P^2 + (P^2 - p^2)\tan^2 l},$$

unde posita $l = 0$, quo casu abit p in E, invenitur

$$n = \frac{P}{E}, \text{ seu } n - 1 = \frac{P-E}{E} = \frac{x}{E}.$$

E principiis vero mechanicis, quibus aequilibrium in superficie telluris versus centrum densioris & circa axem suum data celeritate rotantis stabilitur, demonstrarunt *Clairaut*[3] & *La Place*[4], ob vim centrifugam, quae vim gravitatis sub aequatore terrae parte $\frac{1}{289}$ minuit, veram haberi telluris ellipticitatem

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{289} - \frac{x}{E} = 0{,}00865 - \frac{x}{E}.$$

[2]Vide: Exposition des opérations faites en Lapponie pour la détermination d'un arc du méridien; par J. Svanberg, Stockh, 1805; Disc. prelim. p. XXVIII.

[3]Theorie de la Figure de la Terre, p. 250.

[4]Mechanik des Himmels, Th. 2, S. 121, 180.

Si igitur applicatio instituitur valoris nuper determinati, prodibit ellipticitas terrae ex allatis omnibus penduli longitudinibus

$$0{,}00865 - \frac{2{,}29695}{439{,}2393} = 0{,}003421 = \frac{1}{292{,}3}.$$

Quoniam vero ab hoc differt valor $\frac{1}{305}$, videtur, inter allatas observationes aliquas esse, quae hac admissa ellipticitate a reliquis nimis aberrant. Et quidem, comparatione valoris p cum observationibus instituta, animadvertuntur pro locis Kola, Mulgrave, Melita, Megasaki, Umatog, Rio Janeiro, & St. Helena differentiae partem $\frac{1}{10}$ lineae parisinae superantes. Horum igitur locorum valoribus penduli missis, calculoque cum reliquis de novo instituto, oriuntur simili ac antea methodo $x = 2{,}32941$, $E = 439{,}20943$, atque ellipticitas $= 0{,}00335 = \frac{1}{298{,}5}$.

Hac ratione plures instituimus comparationes, aliis aliisve omissis observationibus, quarum fides minor visa est, & praebuit nobis hic calculus valores ellipticitatis

$$\frac{1}{312{,}6}, \frac{1}{309{,}8}, \frac{1}{303{,}7}, \frac{1}{301{,}4},$$

qui omnes aperte ostendunt, verum valorem ellipticitatis terrae ex observationibus penduli derivatum, utpote intra allatos hos limites medium, valori aliunde invento non modo non repugnare, sed potius optime ita convenire, ut, si ex divertissimis similiter sitis locis haberentur observationes penduli aeque certae, nullum esse videatur dubium, quin hae etiam ellipticitatem indicent $= \frac{1}{305}$ uti maxime probabilem.

Haec vero, quam sic convenientia omnino admiranda confirmant phaenomena divertissimi generis, pro fundamento est ponenda in valore generali longitudinis penduli determinando. Cumque nullibi locorum eadem certitudine ac Lutetiae Parisiorum datum habeatur pendulum, ex eo cum data hac ellipticitate generalis pro universa terra deducendus est valor logitudinis penduli, qui sic invenitur,

$$p = 439{,}2221 + 2{,}3596 \sin^2 l,$$

unde apparet esse longitudinem penduli aequatorialis $E = 439{,}2221$, seu proxime talem, qualem eam *Bouguer* determinavit, atque penduli polaris maxime probabilem $P = 441{,}5817$.

Tabula 1: **Data.**

Longitudo penduli	$\sin^2$(latitudo)	Locus
441,380	0,9685	Spitsbergen
441,348	0,8701	Kola
441,122	0,8536	Mulgrave
441,210	0,8483	Ponoi
441,163	0,8448	Pello
441,132	0,8155	Archangelop.
441,005	0,7491	Petropolis
440,901	0,7479	Upsalia
440,934	0,7415	Revalia
440,917	0,7252	Dorpatum
440,920	0,7252	Pernavia
440,885	0,7231	Arensburgum
440,830	0,6558	Gryphisvaldia
440,710	0,6236	Lugdunum
440,638	0,6127	Londinum
440,635	0,6013	Schweidnitz
440,479	0,5797	Nootka
440,559	0,5668	Parisii
440,550	0,5559	Vienna
440,339	0,4755	Tolosa
440,310	0,4460	Roma
440,155	0,3903	Formentera
440,123	0,3555	Monterey
439,999	0,3544	Gades
440,220	0,3438	Melita
440,051	0,2924	Megasaki
439,594	0,1552	Macao
439,512	0,1145	Guarico
439,470	0,1002	Parva Goava
439,444	0,0955	Jamaica
439,412	0,0889	Acapulco
439,338	0,0636	Manilla
439,412	0,0585	Madagascar
439,226	0,0529	Umatog
439,282	0,0427	Pondichery
439,300	0,0275	Porto bello
439,268	0,0145	Sambuagan
439,249	0,0007	Para
439,210	0,0000	Aequator
439,274	0,0438	Lima
439,482	0,1023	Vavao
439,561	0,1188	Portus Ludovici
439,950	0,1514	Rio Janeiro
439,989	0,3103	Portus Jackson
439,976	0,3114	Promont,b,sp
440,033	0,3276	Monte Video
440,011	0,3572	Conception
440,518	0,4913	St. Helena
440,611	0,6099	Puerto Egmont