

DISSERTATIO ACADEMICA

DE FIGURA TELLURIS OPE
PENDULORUM DETERMINANDA

PART. II

PRAESIDE

M. GUST. GABR. HÄLLSTRÖM

PRO GRADU PHILOSOPHICO

P.P.

JACOBUS ÖSTERBLAD

In Audit. Mathemat. Die viii Junii MDCCCX

ABOÆ

Exscripsit Jukka Nyblom
iv Aprilis MMXIX

Expositis methodis datas pendulorum longitudes ita corringendi & reducendi ut inter se comparari possint, in quaestione de figura telluris pendulorum ope determinanda ante omnia in id peculiaris intendatur opera, ut hae reductiones, una nempe ad calorem aliquem normalem, pro quo temperaturam congelationis aquae potissimum eligimus, ob dilationes vel condensationes inaequales pendulorum diversorum necessaria, altera ad spatium aëre vacuum, ne effectui aëris diversi hydrostatico obnoxiae sint oscillationes pendulorum, suscipienda, instituantur. Initio autem mox indicandum est, longitudinem penduli, in observatorio Parisiensi a *Borda* observatam & ad statum illum normalem, quem posuimus, jam correctam, pro minutis secundis sexagesimalibus esse = 440,5595 lineis Parisiensibus¹, illumque valorem adeo esse accurate determinatum, ut cum eo reliqui omnes, quantum fieri potest, comparandi videantur.

Observatas a se longitudes penduli *Bouger* ipse jam ad eandem temperaturam & ad vacuum reduxit, quo facto sequentes determinavit valores inter se comparabiles: sub aequatore occidentali parte Americae meridionalis prope superficiem maris = 439,21 lin. Paris. (ab observata revera longitudine 439,07), in Portobello = 439,30 (a 439,16), parvae Goavae in parte septentrionali insulae St. Domingo = 439,47 (a 439,33), atque Parisiis = 440,67 (a 440,58 observata)². Cum vero justo major ab illo observata sit longitudo penduli parisini, reliquas quoque eadem methodo determinatas nimis esse magnas verisimillimum est, quare, ut ad verum vel saltem probabiliorum valorem redigantur, in ratione 440,67/440,5595 minuendae sunt; & sic quidem ad pendulum parisinum relatas habemus longitudes penduli simplicis pro spatio vacuo, nempe sub aequatore in Peru Americae = 439,10, in Portobello = 439,1899 atque parvae Goavae 439,3599.³ Haec determinatio pro Goava non multum quoque differt ab illo valore penduli simplicis, quem proposuit *Godin*⁴. Annotavit se pendulo e filo Aloës, cui pondusculum cupreum appensum erat, confecto observasse longitudinem penduli simplicis pro 1" Parisiis = 440,65 lin. existente calore +8° $\frac{1}{3}$ R atque Goavae = 439,375 in calore +25°R. Dimensus est longitudinem penduli sui virga ferrea, quare pro illius correctione est⁵ $1 + \psi(m) = 0,00000994m + 0,000000024m^2$. Fili Aloës dilatatio ignota est, quare non nisi negligi potest, ut sit $\phi(m) = 0$, altitudo vero Barometri non est adnotata, quare uti media sumatur $h = 25,6$. His valoribus adhibitis in formula supra allata correctrice, provenit pro Goava $p(0) = 439,5724$ atque Parisiis $p(0) = 440,756$ lin. parisin. Diminutione igitur facta in ratione 440,756/440,5595, eruitur ex hisce observationibus longitudo penduli Goavae = 439,3765 in vacuo, quae ab illa Bougeriana non 2/100 lineae parisinae differt, adeoque intra limites continetur illos variationis, quos in suis experimentis *Bouguer* observavit consistere intra spatium 4/100 lineae. Observavit quoque *Condamine* longitudinem penduli in calore +25°R.

¹Cfr. La Place *Mechanik des Himmels* 2 Th. p. 182;

Alt. gem. Geogr. Epherm. von F. von Zach, 1 B. p. 92;

Memoires de P Institut National des Sciences & arts, Sc. Mathem. & Phys. T. II, Hist. p. 79.

²Cfr. Libr. La figure de la Terre, determinee par Bouguer, Paris 1749, p. 337 &c.

³Si ad absolutos valores reducuntur longitudes pendulorum, quarum proportionem determinavit *La Place* in Libro suo supra citato p. 179, T. 2, oriuntur, facta penduli longitudine parisini = 440,5595, sequentes: pro aequatore = 439,1013, pro Portobello = 439,1894 & parva Goava = 439,3612, qui cum his allatis valoribus optime conveniunt.

⁴Memoires de V Acad. R. des Sc. de Paris pour 1735, edit. formæ 8:æ p. 682 &c.

⁵Kongl. Vetensk. Akademiens nya Handl. för år 1805, p. 207.

Goavae = 439,35,⁶ quae ad pendulum Parisinum *Godini* relata atque ad spatium vacuum in calore 0° reducta dat 439,3515. Sumto igitur medio arithmetico e tribus hisce bene inter se convenientibus valoribus, habetur longitudo penduli simplicis Goavae 439,3626 lin. Paris.

Observationes a *Juan & Ulloa* institutae ostendunt, longitudinem penduli simplicis in Guarico (Cap François) esse in aëre caloris +23°R = 439,32 lin. parisin.⁷, unde pro calore 0° & spatio vacuo eruitur longitudo = 439,5118.

Ex observationibus, quas instituit *Graham Londini & Campbell* in Jamaica, innuit, pendulum invariabile, quod tempore 24 horarum oscillationes numero 86401,2 Londini peragit, aequali tempore & in aequali calore in Jamaica 86284 oscillationes fecisse⁸. Simile instrumentum, quod Londini 86402,1 oscillationes perfecit in calore +14½°R, Parisiis in eodem calore & eodem tempore 86394,4 oscillationes ostendit, atque in Pello Lapponiae, quo illud *Maupertuis* transtulit, 86453,5 oscillationes⁹. Si igitur altitudo Barometri, de qua nihil adnotatum occurrit, ubique aequalis fuit, media forte = 25,6 poll. suecan., erit longitudo penduli simplicis in vacuo oscillantis

$$\begin{array}{lcl} \text{Londini} & \left(\frac{86401,2}{86394,4}\right)^2 \cdot 440,5595 & = 440,638, \\ \text{in Jamaica} & \left(\frac{86284}{86401,2}\right)^2 \cdot 440,638 & = 439,4435, \\ \text{atque in Pello} & \left(\frac{86453,5}{86394,4}\right)^2 \cdot 440,5595 & = 441,1625, \end{array}$$

de quibus observationibus asseveravit *Maupertuis*, in numerandis oscillationibus non nisi 1¼ oscillatione errari potuisse.

Adhibuit quoque *Condamine* pendulum invariatum e virga chalybea & lente plumbea confectum, quod per 24 horas temporis medii Parae Americae 98740 oscilationes peregit, Parisiis 98891 in calore +15°R, Genevae 98852, Petropoli 98941 in calore +15°R, atque in Pono Lapponiae 98964 etiam in calore¹⁰ +15°R, unde, cognita longitudine penduli Parisini, pro reliquis hisce locis comparatio institui potest. In determinando pendulo Parae deest quidem annotatio temperaturae aëris. Cum vero haec urbs ad litus maris Atlantici sita sit in latitudine australi 1°20', cum urbe saltem Cumana in latitudine boreali 10°27' ad litus quoque maris sita, ubi *Humboldt* medium aëris calorem +28°C observavit¹¹, & cum insula St. Batholomaei, pro qua *Fahlberg* mediam & vulgarem aëris temperaturam adnotavit esse¹² +28° & 29°C, comparanda videtur. Facto igitur calore Parae = 29°C, & Parisiis = 15°R = 18°,76C, altitudine vero Barometri utrobique aequali = 25,6 poll. svec., aequatio supra proposita praebet longitudinem penduli simplicis in vacuo oscillantis ad calorem 0° reductam Parae = 439,2486 lin. Paris., qui valor non magis quam quantitate 0,0134 lineae a

⁶Mem. de l'Acad. des Sc. de Paris 1735, p. 734.

⁷Voyage Historique de l'Amérique Meridional par Don George Juan & Don Antoine de Ulloa, Amsterd. 1752, T. II, p. 251 &c.

⁸Philosophical Transactions for 1734, p. 302 &c.

⁹Cfr. La figure de la terre, déterminée par Maupertuis Amstr. 1738, p. 200 &c.

¹⁰Nov. Comment. Petrop. T. XIV, P. II, p. 25, 28, 31.

¹¹Annalen der Physik von Gilbert B, 6, St. 2, s. 191 & B. 7, St. 3, s. 345.

¹²Sv. Vetensk. Acad. Handl. for år 1787, p. 143.

vero aberrare potest, quum maximam variationem trium tantum oscillationum seu sesquialterius ex utraque parte medii in experimentis observavit *Condamine*¹³. Si pro observatione Genevae idem valeret calor $+15^{\circ}\text{R}$ ac Parisiis, longitudo penduli Genevae esset ex allatis observationibus = 440,2121 lin., Petropoli vero est illa = 441,005 atque in Ponoï = 441,2101, (ipsi *La Place* = 441,2116) ad vacuum reducta. Circa hunc tamen valorem pro Petropoli, maxime quidem consentaneum cum proportione a *La Place* adhibita, quae dat = 441,0044, animadvertendum est, eum cum illis quoque esse comparandum, qui deducuntur ex observationibus a *La Caille* & *Grischow* institutis. Pendulum invariabile a virga ferrea & lente plumbea compositum Parisiis in calore $+6,5^{\circ}\text{R}$ secundum *La Caille* 98908 oscillationes absolvebat tempore 24 horarum, Petropoli vero, quo illud *Condamine* transmisit, 98947 oscillationes in aëre caloris $+16^{\circ}\text{R}$ secundum *Grischow*¹⁴, unde longitudo penduli Petropolitani deducitur = 440,9433. Similiter *Grischow* assereravit, horologium, quod in aëre caloris $+16\frac{2}{3}^{\circ}\text{C}$ Parisiis revolutione fixarum $23^{\text{h}} 56' 12''$ absolvebat, Petropolin translatum aequali tempore in simili calore $23^{\text{h}} 57' 14''$ ostendisse¹⁵, unde pro pendulo Petropolitano oritur valor = 441,1935. Pendulum vero a *La Caille* in Promontorio bonae spei adhibitum, e filo aloës paratum, Parisiis in aëre caloris $+12,5^{\circ}\text{R}$ 86454 oscillationes, Petropolique, reductione ad eundem calorem facta, 86508,75 tempore 24 horarum perfecit¹⁶, quae observationes penduli Petropolitani, in vacuo oscillantis longitudinem = 441,1178 lin. praebent. Ubi ratio hujusce discrepantiae valorum quaerenda fit, nullibi videtur adnotatum. Dubium tamen non est, quin aut error commissus fit in observando, aut potius variationem quandam sub longo itinere subierint instrumenta. Qui nihilo minus omnium horum valorem, etiamsi a se nimis discrepantium, rationem habere vult, ei medius pro Petropoli valor erit = 441,6649, cujus differentia a valore = 441,005, forte probabiliore non tamen multum superat limites, intra quos continentur hujusmodi valores pro aliis locis determinati. His, si placet, addi potest valor 441,08, quem ope penduli aloës in aëre caloris $+14^{\circ}\text{R}$. Petropoli determinavit *Henry*¹⁷. Instituta vero correctione ad vacuum caloris 0° , multo major provenit quam quae ex observationibus penduli invariabilis derivatur.

Ad Promontorium bonae spei observavit *La Caille*, pendulum invariabile, in aëre caloris $+13^{\circ}\text{R}$ absolvisse 98790,5 oscillationes tempore medio 24 horarum; cumque illud isochronum statuerit esse pendulo a *Condamine* adhibito, quod aequali tempore Parisiis 98891 oscillationes perfecit in aëre caloris $+15^{\circ}$, sequitur, facta reductione, penduli simplicis pro Promontorio bonae spei in vacuo, & in 0° calore longitudinem esse¹⁸ = 439,6567. Illud tamen pendulum invariabile non fuisse vere isochronum pendulo huic, inde patet, quod in urbe Americae meridionalis Rio Janeiro, sub latitudine australi $22^{\circ} 54' 10''$ sita, absolverit 98728 oscillationes¹⁹, hoc est, pauciores quam quas suo pendulo *Condamine* Parae observavit; unde sequitur, ut longitudo penduli pro

¹³Mem. de l'Acad. R. des Sciences pour 1745, p. 683.

¹⁴Nov. Comment. Petrop. T. VII, p. 449, 514.

¹⁵Nov. Comment. Petrop. T. VII, p. 519

¹⁶L. c. p. 475, 514. Mem. de l'Acad. des Sc. de Paris 1754, p. 86.

¹⁷Nova Acta Acad. Scient. Imper. Petropolitanae, T. VI, Petrop. 1798, p. 524 &c.

¹⁸Memoires de l'Acad. des Sciences de Paris pour 1751, p. 663.

¹⁹Mem. de l'Ac. des Sc. de Paris pour 1754, p. 166.

Promontorio bonae spei major sit superius allata, quod etiam confirmant observationes cum pendulo e filo aloës parato institutae. Conclisit enim *La Caille*, illam in aëre caloris $+13^{\circ}\text{R}$ & pro Barometri altitudine 25,72 poll. svec. esse²⁰ = 440,069, quem valorem ut medium inter plures, qui ab utraque parte non magis quam $\frac{1}{50}$ lineae ab illo aberrarunt, observavit. Illo igitur ad vacuum & calorem 0° reducto, eruitur valor = 440,2125, supposita nempe longitudine fili, cujus variatio a calore non patet, immutabili. Sed neque huic valori adeo fidendum esse videtur. Notum est, longitudinem veram hujusmodi penduli non facile posse exactissime observari, quare non nisi per comparisonem oscillationum in diversis locis ab eodem potissimum observatore numeratarum aliquid certi illius ope determinatur. Cum igitur observaverit *La Caille*, pendulum suum in 24 horis temporis medii in Promontorio bonae spei absolvisse 86406,79 oscillationes in aëre caloris $+13^{\circ}\text{R}$ & pro Barometri altitudine 25,72 poll. svec., in urbe vero Port Louis 86367 in aëre caloris $+20,5^{\circ}\text{R}$ & eadem Barometri altitudine, nec non Parisiis 86453 in aëre $+12,5^{\circ}\text{R}$ & pro Barometri altitudine 25,27 poll. svec.²¹; inde habetur longitudo penduli simplicis in spatio vacuo & 0° calore singulis minutis secundis oscillationes peragentis pro Promontorio bonae spei = 440,0898, & Port Louis = 439,6821. Quibus observationibus usus sit *La Place* ad determinandum valorem pro Promontorio bonae spei = 440,0177, non liquet. Hinc quoque longitudo penduli determinari potest pro Americae meridionalis urbe Rio Janeiro, ubi *La Caille* penduli ferrei, globo plumbeo instructi, invariabilis oscillationes numeravit 98728 temporis medii horis 24 absolutas in aëre caloris²² $+23,5^{\circ}\text{R}$, in Promontorio vero bonae spei oscillationes 98790,5 aequali tempore & in calore $+13^{\circ}\text{R}$. Erit nempe longitudo quaesita pro Rio Janeiro in vacuo & 0° calore = 440,0636.

²⁰Loco citato 1751, p. 665 &c.

²¹Memoires de l'Acad. des Sciences de Paris 1751, p. 668, 797 atque 1754, p. 84 & 86.

²²Memoires de l'Acad. des Sc. de Paris 1754, p. 166.