

AKATEEMINEN VÄITÖSKIRJA
MAAN MUODON MÄÄRITTÄMISESTÄ
HEILUREIDEN AVULLA

Osa III

PUHEENJOHTAJA

M. GUST. GABR. HÄLLSTRÖM

FILOSOFIAN MAISTERIN ARVON SAAVUTTAMISEKSI

RESPONDENTTI

GABRIEL FORTELIUS

Matematiikan auditoriossa 18. kesäkuuta 1810

TURKU

Latinasta suomentanut
Jukka Nyblom
6. toukokuuta 2019

Le Gentil käytti aaloen rihmasta valmistettua heiluria, jolla hän määrittä yksinkertaisen heilurin pituudeksi Pondicherryssa 439,26, Manilassa 439,43 ja Madagascarilla 439,39. Koska tiedossamme ei ole mitään sellaisia näihin havaintoihin liittyviä seikkoja, joiden avulla voisimme määrittää korjatut arvot, on perusteltua, että korjaamme nämä pituudet Laplacen esittämän kertoimen mukaisesti vastaamaan mittauksia tyhjiössä ja 0 °:n lämpötilassa. Kun näin teemme saamme ensin Pondicherryssa pituuden arvoksi 439,2819, minkä avulla tavanomaisin olettamuksin saadaan Manillassa arvoksi 439,4519 ja Madagascarilla¹ 439,4123. Laplacen käyttämä kerroin (Lap02, s. 179. Suom. huom) tuottaa arvoksi Ranskan Toulousessa 440,3392.

Jossakin päin Roomaa Le Seur, Jacquier, Boscovich ja Maire tekivät yksinkertaisen heilurin pituuden määrittämiseksi kokeita, jotka toki voidaan arvella huolellisesti tehdyiksi. Kuitenkin useista syistä havaittu arvo näyttää meistä epäilyttävältä, jos sitä verrataan Pariisin heilurin pituuden arvoon. Sillä ensiksikin puuttuu maininta ilman lämpötilasta, missä he ovat heilurinsa heilahduksia havainneet. Toiseksi he eivät liioin ole kertoneet mittausvälineensä laatua eivätkä ole antaneet käyttämänsä englantilaisen mittayksikön tarkkaa suhdetta ranskalaiseen mittayksikköön. Voidaan olettaa, että nämä kokeet oli tehty keskimääräisessä +20 ° C:n lämpötilassa, ja että he ovat käyttäneet rautaista mittaviivoitinta, jolla mitattiin yksinkertaisen heilurin pituudeksi 39,0974 Englannin tuumaa. Varsinainen heiluri oli valmistettu aaloen rihmasta, johon oli ripustettu kuparikuula (New42, s. 116). Aikaisemmin esitettyjen periaatteiden² nojalla olisi siis tämän heilurin pituus 39,11171 Englannin tuumaa korjattuna vastaamaan mittausta tyhjiössä ja 0 ° asteen lämpötilassa. Tämä arvo puolestaan on 440,3325 Pariisin lineaa, mikäli Pariisin jalka vastaa Englannin jalkaa suhteessa 1440:1351, mutta 440,4412 jos suhde on $1440 : 1351\frac{1}{3}$, (New42, s. 116) ja (God35, s. 508)³. Sitä paitsi Bradley on väittänyt tämän heilurin pituuden olevan Lontoossa 39,126 Englannin tuumaa (Gra34, s. 312) ilmatilassa mitattuna. Tästä saadaan pituus tyhjiössä⁴

$$\frac{39,0974 \cdot 440,638}{39,126} = 440,3157.$$

Mutta Le Seur ja Jacquier ovat sitä mieltä, että Campbell on mitannut sen arvoksi 39,129 (New42, s. 115), joka antaa arvoksi 440,282 tyhjiössä. Näiden neljän arvon⁵ keskiarvo antaa pituudeksi tyhjiössä 440,3428. Kun poikkeavin arvo 440,4412 jätetään

¹Tämä artikkeli antaa Pariisin heilurin pituudeksi on 440,5595. Laplace (Lap02, Teil 2, s. 179) antaa Pondicherryn heilurin ja Pariisin heilurin pituuksien suhteelle arvon 0,99710. Kertolaskulla saadaan Pondicherryn heilurin pituudeksi 439,2819 kuten yllä. Jos oletetaan, että Le Gentilin mittaukset Manilassa ja Madagascarilla ovat korjattuihin arvoihin samassa suhteessa kuin Pondicherryssa, niin saadaan korjatut arvot 439,4519 ja 439,4119 vastaavasti Manilassa ja Madagascarilla. Näiden poikkeamat yllä mainituista ovat +0,0001 ja -0,0004. Luultavimmin tekijät siis tarkoittavat em. Laplacen arvoja. Suom. huom.

²Luultavasti viitataan tutkielmasarjan ensimmäiseen osaan (Häl10a). Suom. huom.

³Alkuperäinen viite on osittain virheellinen. Suom. huom.

⁴Tässä yritetään päästä eroon Englannin ja Ranskan jalka-mittojen suhteen epävarmuudesta: Saman heilurin pituus on 39,0974 Roomassa ja 39,126 Lontoossa. Kun oletetaan, että olosuhteet ovat samat molemmissa paikoissa, osamäärä $39,0974/39,126$ antaa muunnoskerroimen, jonka avulla saadaan Lontoon pituudesta Rooman pituus. Lontoon korjattu pituus 440,638 saadaan tutkielmasarjan osasta II (Häl10b, s. 5). Suom. huom.

⁵So. 440,3325, 440,4412, 440,3157 ja 440,282. Suom. huom.

pois, kolmen paremmin yhteen sopivan keskiarvosta saadaan Roomaa varten heilurin pituuden todennäköisempi arvo 440,3101.

Liesganig havainnoi Wienissä heilurin heilahduksia ja johti yksinkertaisen heilurin pituudeksi 440,562 Pariisin lineaa, kun lämpötila oli $+10^{\circ}\text{R}$ ja barometripatsas 27 tuumaa 7 Pariisin lineaa. Hänen heilurinsa oli valmistettu aaloen rihmasta, johon oli ripustettu kullattu pronssikuula (Lie70, s. 224). Kun tämä korjataan vastaamaan tyhjiötä ja 0° astetta, tulee pituudeksi 440,6855, joka on aivan ilmeisesti liian suuri. Tässä näyttää pätevän sama päättely kuin Pariisin heilurin tapauksessa. Vanhastaan sen pituuden rajoiksi määritettiin ilmatilassa 440,55 ja 440,60, kun kuitenkin vastikään tehtyjen tarkkojen havaintojen mukaan sen arvo olisi 440,5595 jopa tyhjiössä ja 0° asteessa. Mielestämme todennäköisin syy tälle⁶ näyttää olevan aaloen rihma⁷, jonka lämpölaajenemista puuttuvien kokeiden takia emme ole lainkaan korjanneet. Lämpölaajeneminen on kuitenkin tullut sattumalta ilmi, kun sellaisen rihman avulla tehdyt yksittäiset mittaukset ovat tuottaneet liian suuren pituuden arvon. Kaikkien näiden pohdintojen jälkeen on selvää, että Wienin heilurin pituudeksi tyhjiössä ja 0° asteessa voidaan asettaa⁸ 440,55. Mutta 440,5022, jollaisen arvon⁹ Laplace on esittänyt, on ehkä perustellusti liian pieni.

Samoin Zachin Gothassa määrittämä heilurin pituus 440,693 (Zac93, s. 196) näyttää olevan liian suuri. Emme siis voi jättää huomiotta Laplacen käyttämää todennäköisempää arvoa¹⁰ 440,5860.

Heilurin pituuden määrittämiseksi Upsalaa varten Graham laski Lontoossa astronomisen kellon heilahduksia olleen 86402,6 kiinteinä ajanjaksoina lämpötilassa $+7^{\circ}\text{R}$. Yhtä pitkän ajan kuluessa ja samassa lämpötilassa Celsius (Cel44, s. 41 jne.) havaitsi Upsalassa saman laitteen 86428,4 heilahdusta. Kun tätä verrataan Pariisin heiluriin¹¹, tulee yksinkertaisen heilurin pituudeksi Upsalassa 440,9012 Pariisin lineaa tyhjiössä ja 0° asteen lämpötilassa.

Grischow teki joitakin havaintoja rautaisen vakioheilurin heilahduksista eräissä Liivinmaan paikoissa. Yksinkertaisen heilurin pituudet tyhjiöön ja 0° asteen lämpötilaan muunnettuina sekä Pietarin heilurin lukemaan suhteutettuina ovat seuraavat

$$\begin{array}{l} \text{Tallinna} \quad \left(\frac{98939,05}{98947}\right)^2 \cdot 441,005 = 440,9342, \\ \text{Pärnu} \quad \left(\frac{98937,50}{98947}\right)^2 \cdot 441,005 = 440,9204, \\ \text{Tartto} \quad \left(\frac{98937,10}{98947}\right)^2 \cdot 441,005 = 440,9168, \\ \text{Kuressaari} \quad \left(\frac{98933,50}{98947}\right)^2 \cdot 441,005 = 440,8848. \end{array}$$

Tuo viimeisin arvo (Gri61, s. 445 jne.) on suhteellisen lähellä kunnioitetun Laplacen

⁶Tarkoittanee sitä, että korjattu arvo on lähempänä annettua ala- kuin ylärajaa, vaikka sekuntiheiluri on tyhjiössä pidempi kuin ilmassa. Suom. huom.

⁷Pariisin heilurin rihma. Suom. huom.

⁸Koska Wien on etelämpänä kuin Pariisi, on luonnollista, että tutkielman tekijät ovat halunneet asettaa Wienin heilurille hiukan pienemmän pituuden kuin Pariisin heilurille. Suom. huom.

⁹Kertolasku $0,99987 \cdot 440,5595 = 440,5022$, kun käytetään Bordan Pariisin heilurin pituutta 0,993827 metriä = 440,5595 lineaa; (Lac99, s. 79) ja (Lap02, s. 179) Suom. huom.

¹⁰Tässä $1,00006 \cdot 440,5595 = 440,5859$, (Lap02, s. 179). Suom. huom.

¹¹Alkuperäisessä tutkielmassa on painovirhe: Heilahdusten määrän perusteella muunnoskerroin on $(86428,4/86402,6)^2$, mutta sillä ei pidä kertoa Pariisin heilurin pituutta 440,5595 vaan tietysti Lontoon heilurin pituus 440,638, jonka avulla lasku onkin tehty, (ks. Häl10b, s. 5). Suom. huom.

antamaa arvoa¹² 440,8855. Tästä yhtäpitävyydestä voidaan myös tehdä päätelmä Pietarin heilurin pituudesta.

De l'Isle teki mittauksia Arkangelissa. Hänen heilurinsa oli tehty aaloen rihmas- ta, johon oli ripustettu kuparikuula, jonka heilahduksen keskipisteen etäisyys kiinnityspisteestä oli 440,5477 Pariisin lineaa¹³. Etäisyyden mittaus tehtiin rautaviivoittimen avulla. Hän laski keskimäärin $28813,75/28800$ heilahdusta yhtä sekuntia kohti¹⁴ (DI32, s. 328). Tästä seuraa, että jos tuon kyseisen heilurin pituus olisi 440,9686 lineaa, se tekisi ilmatilassa yhden heilahduksen sekunnissa. De l'Isle valitsi havaintojensa ajankohdaksi kevään, että vallitsisi keskimääräinen lämpötila, joksi oletamme $+16^{\circ}\text{C}$. Tyhjiö- ja lämpötilakorjaus 0° asteeseen tuottaa yksinkertaisen heilurin pituudeksi Arkangelissa¹⁵ 441,1109.

Rumowsky teki myös näillä pohjoisilla seuduilla (Rum72, s. 567 &c.) mittauksia vakioheilurilla, joka La Caillen laskujen mukaan heilahteli Pariisissa $+6,5^{\circ}\text{R}$:n lämpötilassa 24 tunnin aikana keskimäärin 98908 kertaa. Samassa lämpötilassa ja samassa ajassa Venäjän Lapin Kuolassa Rumowsky mittasi 98996,5 heilahdusta. Tästä seuraa Kuolan heilurin pituudeksi 441,3482 lineaa¹⁶ tyhjiössä ja 0° asteessa. Toisaalta heilurikello, joka Kuolassa heilahteli 86390 kertaa, heilahteli Arkangelissa 86371 kertaa samassa lämpötilassa ja samassa ajassa. Tämän perusteella määritetty heilurin pituus Arkangelissa on tyhjiökorjattuna 441,1539 Pariisin lineaa¹⁷. Ensi silmayksellä tämä arvo ei juurikaan poikkea siitä, minkä kuuluisa de l'Isle johti havainnoistaan. De l'Isle kuitenkin erehtyi siinä, että hän oletti virheellisesti yksinkertaisen heilurin pituuk- sien olevan käänteisesti verrannollisia heilahdusmäärien neliöjuureen sen sijaan, että ne ovat oikeasti käänteisesti verrannollisia heilahdusmäärien neiliihin. Periaatettaan seuraamalla hän sai heilurin pituudeksi Arkangelissa¹⁸ 440,8665, kun hänen olisi pitänyt saada tulokseksi 441,1109. Koska sekä de l'Isle että Rumowsky ovat käyttäneet

¹²Tutkielman (Häl10b) suomennoksessa olen jo maininnut, että Laplacen kirjan saksannoksessa (Lap02, s. 179) Kuussaaren ja Pietarin arvot ovat keskenään päinvastaisessa järjestyksessä, joten oikea Kuussaaren arvo on 440,8855. Suom. huom.

¹³De l'Islen heilurin kiinnityspisteen etäisyys kuulan keskipisteestä oli 440,5 lineaa ja kuulan säde 7,25 lineaa. Hän vetoaa Hyugensin lakiin, jonka mukaan ennen heilurin pituutta määritettäessä etäisyyteen kuulan keskipisteestä on lisättävä $2/5$ luvusta x joka toteuttaa verrannon $440,5/7,25 = 7,25/x$, mistä saadaan $x = 7,25^2/440,5 = 0,1193$, josta $2/5$ on 0,0477. Kun tämä lisätään em. etäisyyteen saadaan 440,5477. De l'Isle ei kuitenkaan esitä näitä laskelmia eikä loppu- tulostakaan, joka on peräisin tämän tutkielman tekijöiltä. Suom. huom.

¹⁴Tässä käytetään jälleen kaava $T = 2\pi\sqrt{p/g}$. Merkitään p_T :llä pituutta, joka tuottaa heilahduksen kestoksi T :n. Silloin $p_T/p_1 = T^2$, mistä seuraa, että $p_1 = p_T/T^2$. Siis tässä tapauksessa sekuntiheilurin pituus on $440,5477/(28800/28813,75)^2 = 440,9686$. Suom. huom.

¹⁵Ilmeisesti tämän tutkielman tekijöiden korjaama arvo.

¹⁶ $(98996,5/98908)^2 \cdot 440,5595 = 441,3483$. Suom. huom.

¹⁷ $(86371/86390)^2 \cdot 441,3482 = 441,1541$ Suom. huom.

¹⁸De l'Isle (DI32, s. 328) ilmoittaa heilurin tehneen 28815 tai 28812,5 heilahdusta. Tämän tutkielman tekijät käyttävät laskuissaan niiden keskiarvoa 28813,75, joka antaa Arkangelin heilurin pituudeksi ilman korjauksia 440,5477. Käyttämällä hänen virheellistä kaavaansa saadaan $440,5477/\sqrt{28800/28813,75} = 440,6529$. Oikea arvo on 441,1109 kuten tutkielman tekijät ilmoittavat. Jos virheelliseen arvoon tehdään lämpötila- ja tyhjiökorjaukset samassa suhteessa kuin tässä tutkielmassa eli kertoimella $441,1109/440,9686$, niin pituudeksi tulee 440,7951 lineaa. Se poikkeaa selvästi tämän tutkielman antamasta pituudesta 440,8665. Tälle erolle en ole löytänyt perustelua. Suom. huom.

vakioheiluria, näiden havaintojen keskiarvo 441,1324 on varmaankin todennäköisempi kuin kuin kumpikaan yksistään.

Phipps (Phi74, s. 170, 175) kulki aina Huippuvuorten saarille saakka ja teki mittauksia $+10^{\circ}\text{C}$:n lämpötilassa vakioisella rautavartisella heilurilla, johon oli ripustettu kuparikuula. Havaintopaikan sijainti oli $79^{\circ}50'$ pohjoista leveyttä ja $10^{\circ}2'30''$ itäistä pituutta Lontoon meridiaanin suhteen. Hän laski keskimäärin 86472,28 heilahdusta 24 tunnissa korjattuna $+15,5$ asteeseen. Paikassa, jonka sijainti oli $79^{\circ}44'$ pohjoista leveyttä ja $9^{\circ}55'46''$ itäistä pituutta hänen mittauksena tuottivat keskiarvon 86473,06 alkuperäisestä $+3$ asteesta $+15,5$ asteeseen korjattuna. Lontoossa lämpötilassa $+15,5^{\circ}\text{C}$ sama heiluri teki samassa ajassa 86400 heilahdusta¹⁹. Vertaamalla edellä määritettyjä arvoja Lontoon yksinkertaisen heilurin tuloksiin tyhjiössä ja 0 asteessa saadaan leveysasteella $79^{\circ}50'$ pituudeksi 441,3758 Pariisin lineaa ja leveysasteella $79^{\circ}44'$ 441,3835 Pariisin lineaa²⁰. Koska nämä arvot poikkeavat toisistaan vain vähän ja siten, että korkeampaa leveysastetta vastaa lyhyempi heiluri pituus, voi ottaa keskiarvot, jolloin leveysasteeksi tulee $79^{\circ}47'$, pituusasteeksi $9^{\circ}59'8''$ ja heilurin pituudeksi 441,3796.

Aivan äskettäin Horner (Hor06, s. 249) teki kokeita Japanin Megasakissa heilurin pituuden määrittämiseksi ja sai lopputuloksenaan pituudeksi oli 439,9139 Pariisin lineaa, kun ilman lämpötila oli $+12^{\circ}\text{R}$. Hänen heilurinsa oli valmistettu aaloen rihmasta, johon oli ripustettu kullattu pronssikuula. Rihman pituus oli mitattu rautaviivoittimella. Tyhjiöön ja 0 asteeseen korjattuna pituudeksi tuli 440,0513 Pariisin lineaa.

Seuraavaan taulukkoon olemme voineet koota kaikki yksittäiset sekunnilleen loppuun asti suoritettut kokeet, jotka on tehty heilurin pituuden määrittämiseksi. Hankitun aineiston käytön helpottamiseksi julkaisemme ne tässä yhteenvedossa niin, että erottelemme pohjoisen ja eteläisen leveyspiirin kirjaimilla n ja s vastaavasti. Läntisen ja itäisen pituuspiirin merkitsemme vastaavasti kirjaimin w ja o .

¹⁹Koska vuorokaudessa on 86400 sekuntia, Phippsin yksinkertainen heiluri oli siis standardoitu Lontoossa $15,5$ asteen lämpötilassa. Suom. huom.

²⁰Jakamalla tavalliseen tapaan Lontoon heilurin pituus 440,638 heilahdusaikojen neliöillä $(86400/86472,28)^2$ ja $(86400/86473,06)^2$ saadaan pituudet 441,3756 441,3835. Suom. huom.

Taulukko 1: **Aineisto**

Paikkakunta	Leveysaste				n/s	Pituusaste Pariisin suhteen				Heilurin pituus tyhjiössä & 0°C:n lämpötilassa
	aste	minuutti	sekunti			aste	minuutti	sekunti	w/o	
Ekvaattori Perussa	0	0	0	n	82	0	0	w	439,1000	
Para	1	28	0	n	51	0	0	w	439,2486	
Portobello	9	33	5	n	82	10	20	w	439,1899	
Pondichery	11	55	41	n	77	31	30	o	439,2819	
Manila	14	36	8	n	118	32	0	o	439,4518	
Madagascar ^a	14	0	0	s	47	35	45	o	439,4123	
Jamaika	18	0	0	n	79	4	30	w	439,4435	
Parva Goava	18	27	0	n	74	30	0	w	439,3626	
Guarico	19	46	30	n	74	38	0	w	439,5118	
Port Louis	20	9	45	s	55	8	15	o	439,6821	
Rio de Janeiro	22	54	10	s	45	5	0	w	440,0636	
Megasaki	32	44	9	n	120	34	0	o	440,0513	
Hyväntoivonniemi	33	55	15	s	16	3	0	o	440,0898	
Rooma	41	53	54	n	10	7	30	o	440,3101	
Toulouse	43	35	46	n	0	53	39	w	440,3392	
Geneve	46	12	17	n	3	49	36	o	440,2121	
Wien	48	12	36	n	14	2	32	o	440,5500	
Pariisi	48	50	15	n	0	0	0	o	440,5595	
Gotha	50	56	17	n	8	24	0	o	440,5860	
Lontoo	51	30	49	n	2	25	47	w	440,6380	
Kuressaari	58	15	9	n	20	7	36	o	440,8848	
Pärnu	58	22	45	n	22	18	0	o	440,9204	
Tartto	58	23	0	n	24	23	30	o	440,9168	
Tallinna	59	26	29	n	22	25	30	o	440,9342	
Upsala	59	51	50	n	15	18	15	o	440,9012	
Pietari	59	56	23	n	27	58	0	o	441,0050	
Arkangeli	64	33	36	n	36	39	15	o	441,1324	
Pello	66	48	0	n	21	44	0	o	441,1625	
Ponoi	67	4	30	n	38	48	30	o	441,2101	
Kuola	68	52	20	n	30	40	30	o	441,3482	
Huippuvuoret	79	47	0	n	7	33	21	o	441,3796	

^a Madagascarin leveysaste on korjattu eteläiseksi leveydeksi. Suom. huom.

Viitteet

- [Cel44] Celsius, A.: *Observation om tyngdens tiltagande från London til Upsala*. Kongliga Swenska wetenskaps Akademiens Handlingar för Monaderne Januar. Februar. och Mart. 1744, V: 41–48, 1744.
<https://biodiversitylibrary.org/page/46651456>.
- [Dl32] De l'Isle, L.: *Observatio longitudinis penduli simplicis facta Archangelopoli*. Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanæ ad Annum MDCCXXIX, Tomus IV: 322–328, 1732.
<https://biodiversitylibrary.org/page/10105989>.
- [God35] Godin, L.: *La longueur du pendule simple, qui bat les seconds du temps moyen*. Histoire de l'Académie royale des sciences, avec les memoires de mathématique et de physique, Memoires de mathématique et de physique: 505–521, 1735.
<https://biodiversitylibrary.org/page/27404590>.
- [Gra34] Graham, G. & Campbell, C.: *An Account of some Observations made in London and at Black-River in Jamaica. Communicated by J. Bradley*. Philosophical Transactions, XXXVIII For the Years 1733, 1734: 302–314, 1734.
<https://biodiversitylibrary.org/page/49562564>.
- [Gri61] Grischow, A. N.: *Relatio observationum et experimentorum, quorum instituendorum iter anno MDCCLVII in insulam Osiliam susceptum occasionem praebuit*. Novi Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanæ pro Annis MDCCLVIII et MDCCCLIX, Tomus VII: 445–520, 1761.
<https://biodiversitylibrary.org/page/36913058>.
- [Häl10a] Hällström, G. G. & Reilin, A.: *De figura Telluris ope pendulorum determinanda Part. I. Pro Gradu Philosophico, Academia Aboënsis, Maius 1810*.
<http://urn.fi/urn:nbn:fi:fv-12629>.
- [Häl10b] Hällström, G. G. & Österblad, J.: *De figura Telluris ope pendulorum determinanda Part. II. Pro Gradu Philosophico, Academia Aboënsis, Junius 1810*.
<http://urn.fi/urn:nbn:fi:fv-12630>.
- [Hor06] Horner, J. C.: *Auszug aus einem Schreiben des Astronomen*. Monatliche Correspondenz zur beförderung der Erd- und Himmelskunde, Band 14, Juli-Dezember: 243–269, 1806.
<https://opacplus.bsb-muenchen.de/Vta2/bsb10538606/bsb:7519991>.
- [Lac99] La comission des poids et mesures: *Rapport sur la mesure de la méridienne de France, et les résultats qui en ont été déduits pour déterminer les bases du nouveau système métrique*. Memoires de l'Institut National des Sciences & arts. Sciences Mathematiques et Physiques., Tome II, Histoire: 23–80,

1799.
<https://biodiversitylibrary.org/page/16302865>.
- [Lap02] Laplace, P. S. de: *Mechanik des Himmels*, Teil 2. La Garde, Berlin, 1802. Übersetzt von J. C. Burckhardt.
<https://www.e-rara.ch/zut/content/pageview/449281>.
- [Lie70] Liesganig, J.: *Dimensio Graduum Meridiani Viennensis & Hungarici peracta a Josepho Liesganig*. Bernard, Vindobonæ, 1770.
<http://doi.org/10.3931/e-rara-1661>.
- [New42] Newton, I.: *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, Tomus III. Geneve, 1742.
<http://doi.org/10.3931/e-rara-13513>.
- [Phi74] Phipps, C. J.: *A Voyage Towards the North Pole Undertaken by His Majesty's Command 1773*. Bowyer and Nichols, London, 1774.
<https://biodiversitylibrary.org/page/15066869>.
- [Rum72] Rumowsky, S.: *Experimenta circa longitudinem penduli simplicis minuta secunda Kolae et Archangelopoli oscillantis*. Novi Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae pro Anno MDCCLXXI, Tomus XVI:567–585, 1772.
<https://biodiversitylibrary.org/page/10137096>.
- [Zac93] Zach, F. von: *Beschreibung einer neuen Vorrichtung, womit sowohl auf eine genaue als behende Art, die Versuche und Bestimmungen der wahren Länge des einfachen Sekunden-Pendels angestellt und gemacht werden mögen*. Sammlung astronomischer Abhandlungen, Beobachtungen und Nachrichten, Erster Supplement-Band: 175–196, 1793.
<https://hdl.handle.net/2027/njp.32101037496161>.