

1. Oletetaan, että $\mathbf{x}'_i = (x_{i0}, x_{i1}, \dots, x_{ip})$ ja että $\pi_i(\boldsymbol{\beta})$ ja $L(\boldsymbol{\beta})$ ovat kuten monisteessa. Osoita, että

$$\frac{\partial \pi_i(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j} = \pi_i(\boldsymbol{\beta})(1 - \pi_i(\boldsymbol{\beta}))x_{ij},$$
$$\frac{\partial^2 \log L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j \partial \beta_\ell} = - \sum_{i=1}^k n_i \pi_i(\boldsymbol{\beta})(1 - \pi_i(\boldsymbol{\beta}))x_{ij}x_{i\ell}.$$

2. Osoita, että

$$L = \prod_{i=1}^k \pi_i^{y_i} (1 - \pi_i)^{n_i - y_i}$$

saavuttaa maksiminsa kun $\pi_i = y_i/n_i = \bar{y}_i$.

3. Osoita, että Pearsonin jäännöksen neliö r_i^2 voidaan kirjoittaa muotoon

$$r_i^2 = \frac{(y_i - n_i \hat{\pi}_i)^2}{n_i \hat{\pi}_i} + \frac{(n_i - y_i - n_i(1 - \hat{\pi}_i))^2}{n_i(1 - \hat{\pi}_i)}.$$

4. Aineisto laudatur. Muuttujat:

laud = 1 kun laudatur ruotsin kielen yo-kirjoituksissa, 0 = muulloin,

sp = 1, miehille ja 0 naisille,

koulu = 1,2,3,4; 4 koulua,

ruotsi = peruskoulun ruotsin arvosana

Sovita päävaikutusmalli, missä **sp** ja **koulu** ovat faktoreita ja **ruotsi** kvantitatiivinen. Muunna **ruotsi** sellaiseksi, että vakiolla on järkevä tulkinta. Tulkitse kertoimet. Onko malli residuaalidevianssin perusteella riittävä? Testaa, onko koulujen välillä eroa (logistisen mallin puitteissa).

5. Jatkoa. Tee monisteen kuvaa 6.4 vastaavat plotit.

6. Jatkoa. Laske odotetut frekvenssit laudatureille ja muille. Mitä arvelet residuaalidevianssin χ^2 -approksimaation hyvytydestä. Tutki asiaa simuloimalla.