

1. Sovita Esimerkki 1.1:n aineistoon malli

$$\text{weight} = \beta_0 + \beta_1 \text{gestation} + \text{sex} + \varepsilon.$$

Tulkitse regressiokertoimet. Piirrä pisteparvi koko aineistosta ja erottele tytöt ja pojat eri väreillä (optio col). Lisää kuvioon estimoimasi mallin perusteella tyttö- ja poikavauvoja vastaavat regressiosuorat. Huom! Funktio `points` saattaa olla hyödyllinen.

2. Usein joudutaan tekemään muunnoksia muuttujiin, jotta saavutettaisiin (ainakin likimääräinen) lineaarinen riippuvuus. Tarkastellaan aineistoa `peking`, jossa on Pekingin olympialaisten miesten ja naisten juoksumatkojen voittoajat. Ota ajoista ja matkoista 2-kantainen logaritmi (`log2()`) ja piitä pistekuvio. Erottele miehet ja naiset väreillä. Sovita malli

$$\log_2(\text{aika}) = \beta_0 + \beta_1 \log_2(\text{matka}) + \varepsilon.$$

Tulkitse kertoimet.

3. Osoita matriisikertolaskun avulla, että a) \mathbf{AB} :n käänteismatriisi on $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$, ja b) \mathbf{A}' :n käänteismatriisi on $(\mathbf{A}^{-1})'$
4. Neliömatriisin \mathbf{C} , $n \times n$, jälki (engl. trace) on sen lävistäjäalkioiden summa $\text{tr}(\mathbf{C}) = \sum_{i=1}^n c_{ii}$. Osoita tehtävän, että $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$, missä \mathbf{A} on $n \times q$ ja \mathbf{B} on $q \times n$.
5. Oletetaan, että matriisin \mathbf{X} sarakkeet ovat $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k$ ja että $\mathbf{a}' = (a_1, \dots, a_k)$. a) Osoita, että

$$\mathbf{X}\mathbf{a} = \sum_{i=1}^k a_i \mathbf{x}_i.$$

b) Osoita, että \mathbf{X} on täysiasteinen, kun $\mathbf{X}\mathbf{a} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{a} = \mathbf{0}$

6. Osoita, että $\mathbf{X}\mathbf{a} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{a} = \mathbf{0}$.
7. Päättelä kahden edellisen tehtävän perusteella, jos \mathbf{X} on täysiasteinen, niin $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ on olemassa.