

Geometria, syksy 2013

Harjoitus 4

Tiistai 8.10.2013, klo 10–12 (MaD 245), klo 12–14 (MaD 259) ja klo 16–18 (MaD 259).

1. Todista lause 2.4.11.
2. Todista lauseen 2.4.12 kohta (i).
(Huom: Kohdat (ii)&(iii) todistetaan samaan tapaan.)
3. Todista lauseen 2.4.12 kohta (iv).
4. Viimeistele lauseen 2.4.13 (SSS) todistus tapauksissa (a) $S * D * E$ ja (b) $S = D$.
(ks. moniste)
5. Todista lause 2.4.18: Kun piste P ei ole suoralla l , niin on olemassa (ainakin yksi) suora m siten, että $P \in m$ ja $m \parallel l$.
6. Todista lause 2.4.21.
(Ohje: Valitse ensin piste P siten, että $P * A * C$ ja $PA \cong DF$ ja etsi sitten sopivia yhteneviä kolmioita.)
7. Olkoot A, B, C eri pisteitä koordinaattigeometriassa. Muista, että $A * B * C$ jos ja vain jos on olemassa $0 < \lambda < 1$ siten, että $B = A + \lambda(C - A)$. Osoita, että
(a) $B * A * C$ jos ja vain jos on olemassa $\lambda < 0$ siten, että $B = A + \lambda(C - A)$ ja
(b) $A * C * B$ jos ja vain jos on olemassa $\lambda > 1$ siten, että $B = A + \lambda(C - A)$.
8. Perustele huolellisesti, miksi koordinaattigeometria (Malli D luennolla = Malli 5 monisteen sivulla 10) toteuttaa Hilbertin aksioomat (H4)–(H6).
(Vihje: Edellisestä tehtävästä voi olla apua.)

Malli D (koordinaattigeometria)

Pisteitä ovat $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, suoria ovat joukot

$$l = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) = (x_0, y_0) + \lambda(\alpha, \beta), \lambda \in \mathbb{R}\},$$

missä $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ ja $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, ja piste P on suoralla l jos $P \in l$.

Pisteille $A = (a_1, a_2)$, $B = (b_1, b_2)$ ja $C = (c_1, c_2)$ pätee $A * B * C$ jos (ja vain jos) on olemassa $0 < \lambda < 1$ siten, että $B = A + \lambda(C - A)$, ts.

$$(b_1, b_2) = (a_1, a_2) + \lambda(c_1 - a_1, c_2 - a_2).$$