

**Geometria, kesä 2008**  
**Harjoitus 1, 28.5.2008**

**Johdattelua**

1. Mieti kuinka pitäisi määritellä kolmio, nelikulmio ja suorakulmio.
2. Konstruoi harpilla ja viivaimella suorakulmainen kolmio, jolla on annetun pituiset kateetit. Konstruoi harpilla ja viivaimella neliö. (Mieti lisäksi mitä tietoja tarvitaan, jotta voisit osoittaa konstruktiosi oikeiksi.)
3. Kuinka annettu kulma puolitetaan harpilla ja viivaimella? Mieti taas mitä oletuksia/esitietoja tarvitaan. (Mikä muuten on *kulma*?)
4. Lue huolellisesti Legendren todistus paralleeliaksiomalle (moniste ss. 5-7) ja mieti mikä kohdista (1)-(10) voisi olla pielessä; tarkempia perusteluja ei tässä tarvita, ja asiaan palataan myöhemmin. . .

**Aksiomaattinen järjestelmä**

Tarkastellaan seuraavaa aksiomaattista järjestelmää, jossa määrittelemättömiä peruskäsitteitä ovat *kökö*, *huppa* ja *kökö nyppii huppaa*, ja voimassa ovat seuraavat kolme aksiomaa:

- (A1) Jos  $k$  ja  $l$  ovat eri kököjä, niin on olemassa täsmälleen yksi huppa  $H$  jota sekä  $k$  että  $l$  nyppivät.
- (A2) Jokaista huppaa nyppii ainakin kaksi kököä.
- (A3) On olemassa kolme eri kököä siten, että ne kaikki eivät nyppi samaa huppaa.

Todista, että tehtävien 5-7 väitteet ovat lauseita tässä aksiomajärjestelmässä.

5. Kun  $H$  on huppa, niin on olemassa kökö joka ei nyppi  $H$ :ta.
6. Kun  $k$  on kökö, niin on olemassa huppa jota  $k$  ei nyppi.
7. Jokainen kökö nyppii ainakin kahta huppaa.
8. Osoita, että väite "On olemassa täsmälleen viisi kököä" on riippumaton aksiomista (A1)-(A3). (Ohje: Konstruoi aksiomajärjestelmälle siis kaksi eri mallia, joista toisessa on tasan viisi kököä ja toisessa jokin eri määrä.)

(mitenhän nämä edelliset tehtävät liittyvät geometriaan?)