

Euklidinen tasogeometria, kevät 2010

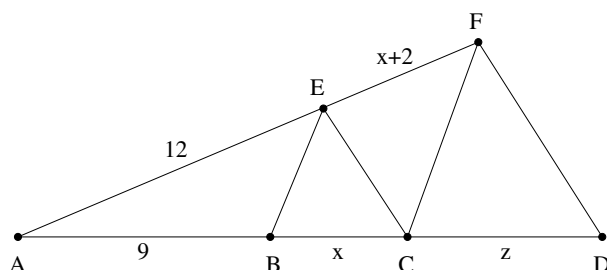
Harjoitus 5, ti 27.4. klo 12-14 MaD 355 ja ke 28.4. klo 12-14 MaD 380

1. Todista kulmasummalause: kolmiossa $\triangle ABC$ pätee $(\angle A)^\circ + (\angle B)^\circ + (\angle C)^\circ = 180$. Ohje: Valitse suora l siten, että $C \in l$ ja $l \parallel \overleftrightarrow{AB}$, ja tutki näin syntyviä kulmia. Muista kulmamitan ominaisuudet.

2. (a) Olkoot l, m ja s eri suoria siten, että $l \parallel m$ ja suorat m ja s leikkaavat. Osoita, että myös l ja s leikkaavat.

(b) Olkoot l, m ja n suoria siten, että $l \parallel m$ ja $m \perp n$. Osoita, että tällöin $l \perp n$.

3. Oheisessa kuvassa $\overleftrightarrow{CE} \parallel \overleftrightarrow{DF}$ ja $\overleftrightarrow{BE} \parallel \overleftrightarrow{CF}$, ja $\overline{AB} = 9$, $\overline{AE} = 12$. Määritä $x = \overline{BC}$ ja $z = \overline{CD}$, kun lisäksi tiedetään, että $\overline{EF} = x + 2$.



Kuva 1: Määritä x ja z

4. (SKS-yhdenmuotoisuus) Olkoot $\triangle ABC$ ja $\triangle DEF$ kolmioita siten, että

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} \quad \text{ja} \quad \angle A \cong \angle D.$$

Osoita, että tällöin $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. (Vihje: Lauseesta 6.6 voi olla apua.)

5. Olkoon $\triangle ABC$ kolmio, ja olkoot D, E ja F sivujen BC, AC ja AB keskipisteet (vastaavassa järjestyksessä). Osoita, että tällöin $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

6. Paperilla on annettuna ympyrä, mutta keskipistettä ei tunneta. Miten keskipiste löydetään harpin ja viivaimen avulla?

7. Miten jana jaetaan kolmeen yhtäsuureen osaan harpin ja viivaimen avulla? Entä neljään tai viiteen osaan?

Bonus.** Miten kulma jaetaan kolmeen yhtäsuureen osaan harpin ja viivaimen avulla? Entä neljään tai viiteen osaan?

8.* (Ei tosin kovin vaikea). Oletetaan, että voimassa ovat aksioomamme (A1)–(A8), (JMA) ja (KMA), ja oletetaan, että lisäksi Eukleideen 5. aksiooma (eli lauseen 6.1 tulos) on voimassa. Osoita, että tällöin myös paralleeliaksioma (PA) pätee.

(Ohje: Oleta, että (PA) ei päde, jolloin siis jonkin pisteen kautta kulkee kaksi yhden-suuntaista jollekin suoralle. Huomaa, että näistä toinen ei voi olla ”normaalin normaali”. Johda ristiriita (EA5):n avulla.)