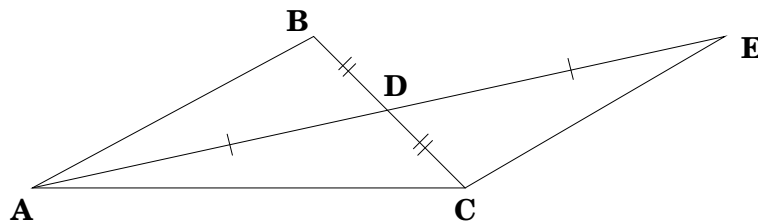


Euklidinen tasogeometria, kevät 2009

Harjoitus 4, ti 21.4. klo 14-16 ja ke 22.4. klo 12-14, MaD 380

1. Todista Lause 5.5, ts. osoita, että jokaisella kulmalla on olemassa puolittaja.
2. Konstruoi annetulle kulmalle puolittaja harpin ja viivaimen avulla.
3. Todista Lause 5.7 eli kolmioepäyhtälö.
4. Suora n on janan AB keskinormaali, jos n kulkee janan AB keskipisteen kautta ja $n \perp \overleftrightarrow{AB}$. Osoita, että piste P on janan AB keskinormaalilla jos ja vain jos $\overline{AP} = \overline{BP}$.
5. Mikä on *suunnikas*? Anna mieleisesi määritelmä ja todista ainakin yksi (mielestäsi) hyödyllinen ominaisuus, joka liittyy määritelmäsi mukaiseen suunnikkaaseen. Tarvitaanko paralleeliaksiomaa? Määrittele myös *puolisuunnikas*.
6. Vertaa tähän astisten luentojen (luvut 1-5 ja ehkä luvun 6 alku) sisältöä Eukleiden Alkeiden alkupään sisältöön, vaikkapa kolmion kulmasummalauseeseen 1.32 asti. Mitä eroja ja yhtäläisyyksiä huomaat? Kuinka paljon luulet Ateenan *Platonin Akademia* -yliopiston *Geometrian alkeet* -kurssin kevätlukukaudelta 309 e.a.a. poikenneen Suomen Ateenan *Jyväskylän yliopiston* kevätlukukauden 2009 j.a.a. kurssista *Euklidinen tasogeometria*?
7. Todista Lause 5.8: Kolmiossa $\triangle ABC$ on aina $(\angle A)^\circ + (\angle B)^\circ < 180$.
- 8.* (jatkoa edelliseen..) Hahmottele todistus Saccheri-Legendren lauseelle, jonka mukaan kolmiossa $\triangle ABC$ pätee $(\angle A)^\circ + (\angle B)^\circ + (\angle C)^\circ \leq 180$. Todistuksessa ei saa käyttää paralleeliaksiomaa tai sen avulla todistettuja tuloksia.
Idea: Tee antiteesi. Osoita Kuvan 1 avulla, että on olemassa kolmio $\triangle AEC$, jossa on sama kulmasumma kuin $\triangle ABC$:ssä, mutta jossa pienimmän kulman suuruus on korkeintaan puolet $\triangle ABC$:n pienimmästä kulmasta (jonka voi olettaa olevan kulma $\angle A$). Samaa ideaa toistamalla löytyy kolmio, jossa on edelleen sama kulmasumma, mutta jossa pienin kulma saadaan niin pieneksi kuin halutaan. Osoita, että tämä johtaa ristiriitaan Lauseen 5.8 (teht. 4) kanssa.



Kuva 1: Saccheri-Legendren lauseen todistusta