

Euklidinen tasogeometria, kevät 2009

Harjoitus 3, ti 7.4. klo 14-16 ja ke 8.4. klo 12-14, MaD 380

1. Olkoon l ja suora ja P piste. Osoita, että on olemassa täsmälleen yksi suoran l normaali, joka kulkee P :n kautta.

Ohje: Riittää osoittaa, ettei tällaisia normaaleja ole enempää kuin yksi. Osoita, että kahden P :n kautta kulkevan normaalin olemassaolo johtaisi ristiriitaan vuorokulmalauseen (jos $P \notin l$) tai (A6):n (jos $P \in l$) kanssa.

2. Olkoon l suora ja P piste siten, että $P \notin l$. Osoita, että on olemassa (ainakin yksi) P :n kautta kulkeva suora m , joka on yhdensuuntainen l :n kanssa.

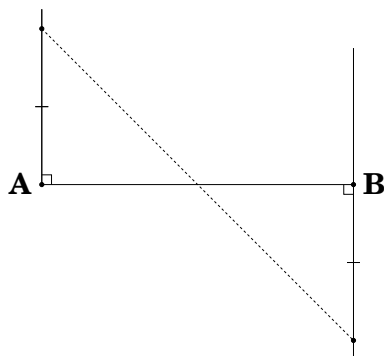
3. Olkoon l suora ja P piste siten, että $P \notin l$. Konstruoi harpilla ja viivaimella P :n kautta kulkeva suora m , joka on yhdensuuntainen l :n kanssa.

4. Konstruoi harpilla ja viivaimella kolmio, kun annettuna on sivu, kulma ja kulma (SKK). Onnistuuko konstruktio aina? Tarvitaanko joitain lisäehtoja? Saadanko annetuista osista useita erilaisia kolmioita?

5. Olkoon annettuna ympyrä, jonka keskipiste on O . Konstruoi harpilla ja viivaimella tämän ympyrän sisälle neliö. (Siis neliö jonka kärjet ovat ympyrän kehällä.)

6. Olkoon annettuna ympyrä, jonka keskipiste on O . Konstruoi harpilla ja viivaimella tämän ympyrän sisälle tasasivuinen kolmio ja säännöllinen kuusikulmio (ei tarvitse tehdä tässä järjestyksessä). Mitä muita säännöllisiä monikulmioita osaisit konstruoida?

7. Todista, että jokaisella janalla on keskipiste. Voit käyttää apuna oheista kuvaa. Mieti myös, miten keskipiste konstruotaisiin harpilla ja viivaimella.



Kuva 1: Janan AB keskipisteen olemassaolon todistus

8. Todista sivu-sivu-sivu -yhtenevyysääntö kolmiolle.

Ohje: Olkoot kolmioissa $\triangle ABC$ ja $\triangle DEF$ vastinsivut yhtenevät. Valitse aksioomien (A5) ja (A6) avulla piste P siten, että $\angle PDE \cong \angle CAB$, $PD \cong CA$ ja $\overleftrightarrow{PDE} \parallel \overleftrightarrow{AC}$. Tutki syntyneitä tasasivuisia kolmioita, huomaa erityisesti, että nyt esim. $EF \cong EP$ (miksi?). Voit käyttää hyväksi myös kulmien ”yhteenlaskua” ja/tai ”vähentämistä”.