

Euklidinen tasogeometria, kevät 2009

Harjoitus 2, ti 31.3. klo 14-16 ja ke 1.4. klo 12-14, MaD 380

Todistuksia:

1. Olkoon l suora ja P piste siten, että $P \in l$. Todista, että on olemassa l :n normaali, joka kulkee pisteen P kautta.

2. Viimeistele Lauseen 2.3 todistus.

3. Todista lauseet 2.4 ja 2.5, eli osoita, että ristikulmat ovat yhtenevät, ja että suoran kulman kanssa yhtenevä kulma on myös suora kulma.
(Ohje: Käytä lausetta 2.3)

4. Todista ns. käänteinen kantakulmalause: Olkoon $\triangle ABC$ kolmio, jossa $\angle A \cong \angle C$. Tällöin $AB \cong BC$.
(vertaa lauseeseen 2.2.)

Konstruktioita:

5. Konstruoi annetulle suoralle normaali, joka kulkee annetun pisteen P kautta, kun

- (a) P on suoralla l
- (b) P ei ole suoralla l .

6. Konstruoi harpilla ja viivaimella kolmio, kun annettuna on

- (i) sivu, kulma ja sivu (SKS)
- (ii) kulma, sivu ja kulma (KSK)
- (iii) kolme sivua (SSS)

Onnistuvatko konstruktiot aina? Tarvitaanko joitain lisäehtoja? Saadanko annetuista osista useita erilaisia kolmioita?

7. Konstruoi harpilla ja viivaimella kolmio, kun annettuna on

- (i) sivu, sivu ja kulma (SSK)
- (ii) kolme kulmaa (KKK)

Onnistuvatko konstruktiot aina? Tarvitaanko joitain lisäehtoja? Saadanko annetuista osista useita erilaisia kolmioita?

Huom: Tehtävistä 6 ja 7 näyttäisi puuttuvan yksi mahdollinen kulmien ja sivujen kombinaatio? Voit miettiä mikä se on ja myös sitä miksi se puuttuu. Palaamme asiaan myöhemmin...

8. Eukleides oletti, että harppi on *sulkeutuva*, eli että säde ei pysy harpissa jos harppi nostetaan irti paperista. Tee Alkeiden Tehtävän 1.2 konstruktio (Kahanpään versiossa sivuilla 12–13), jossa osoitetaan, että sulkeutuva harppi on (teoriassa) aivan yhtä käytökelpoinen kuin harppi jossa säde säilyy. Annettuna on siis piste A ja jana BC , ja tehtävänä on konstruoida sulkeutuvalla harpilla ja viivaimella jana, joka on yhtä pitkä kuin BC ja jonka toinen päätepiste on A .