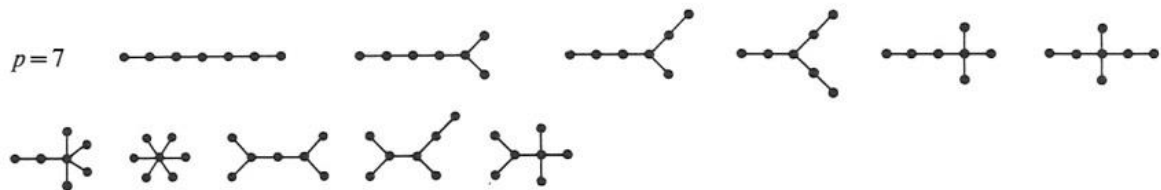


Vastaukset, 1. Demot (16.3.18)

TIEP1000, Johdatus verkkoteoriaan

1. Piirrä kaikki erilaiset puuta joissa on kussakin 7 nimeämätöntä solmua, ja jotka eivät ole keskenään isomorfisia.

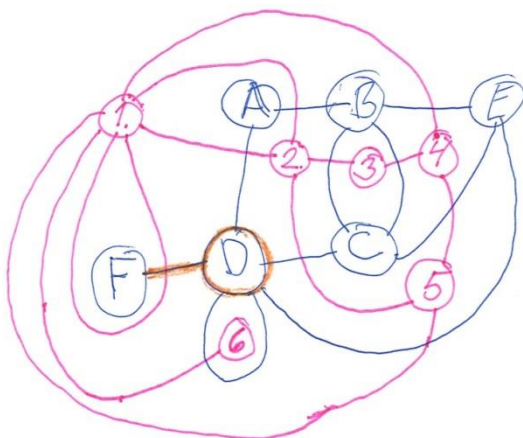
Vastaus: puita löytyy 11 kpl ja ne on kuvattu alla



2. Oheinen yhteysmatriisi esittää suuntaamatonta verkkoa G , mutta matriisissa on yksi virhe, yksi "1" puuttuu. Lisää puuttuva numero ja piirrä verkko sekä merkitse mahdolliset sillat ja leikkaussolmut. Onko kyseessä tasoverkko?

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | - | 1 | - | 1 | - | - |
| B | 1 | - | 2 | - | 1 | - |
| C | - | 2 | - | - | 1 | - |
| D | 1 | - | 1 | 1 | 1 | 1 |
| E | - | 1 | 1 | 1 | - | - |
| F | - | - | - | 1 | - | - |

Vastaus: puuttuva numero on 1 rivin C ja sarakkeen D leikkauskohdassa. Matriisin pitää olla symmetrinen diagonaalin suhteen ja koska rivin D ja sarakkeen C leikkauskohdassa on 1, niin myös diagonaalin vastapuolella pitää olla sama luku. Verkko ja sen duaali (punaisella) on piirretty alle.



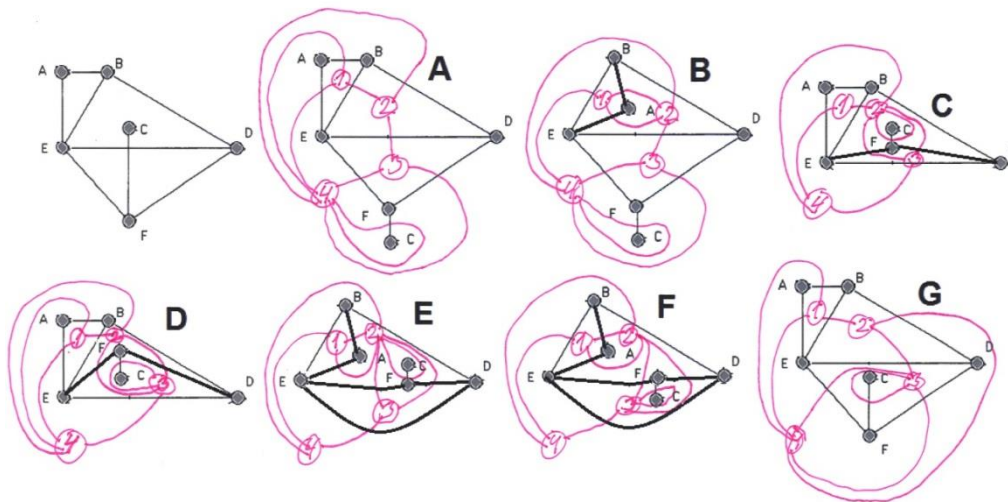
Solmu D on leikkaussolmu ja F-D on silta, jommankumman poistaminen hajottaa verkon, Verkko on tasoverkko.

3. Laske Eulerin kaavalla verkon G alueiden lukumäärä ja piirrä duaaliverkko.

Eulerin monitahokaskaava on $V-E+F = 2$, josta saadaan alueiden määräksi $F = 2 - V + E = 2 - 6 + 10 = 6$.

4. Piirrä alla olevalle verkolle duaaliverkko. Onko se yksikäsitteinen?

Vastaus: kyseinen verkko on ylhäällä vasemmalla. Muissa kuvissa on sama verkko piirretty hieman eri tavoin eli siis saman verkon eri isomorfiset verkot, joille on piirretty (punaisella) duaaliverkot.



Kun verkko piirretään eri tavoin siten, että välit eivät risteidy, niin erilaisia keskenään isomorfisia verkkoja löytyy 7 kappaletta. Koska kyseessä on 2-yhtenäinen verkko, niin duaaliverkko ei välttämättä ole yksikäsitteinen, vaan erilaisia duaaleja löytyy 4 kpl. Ne voidaan erotella katsomalla duaaliverkkojen neljän solmun asteluvut. Astelukujen summa lasketaan tarkistuksen vuoksi.

| | deg (v_1) | deg (v_2) | deg (v_3) | deg (v_4) | Astelukujen summa |
|---|---------------|---------------|---------------|---------------|-------------------|
| A | 3 | 3 | 3 | 7 | 16 |
| B | 3 | 4 | 3 | 6 | 16 |
| C | 3 | 6 | 3 | 4 | 16 |
| D | 3 | 4 | 5 | 4 | 16 |
| E | 3 | 7 | 3 | 3 | 16 |
| F | 3 | 5 | 5 | 3 | 16 |
| G | 3 | 3 | 5 | 5 | 16 |

Astelukujakaumia on näin 4 erilaista:

- 3 - 3 - 3 - 7: A ja E
- 3 - 3 - 4 - 6: B ja C
- 3 - 3 - 5 - 5: F ja G
- 3 - 4 - 4 - 5: D