ITK^{Y105} 1. DEMOT (viikko 3)

1. Olkoot A, B ja C perusavaruus E:n muodoltaan konvekseja osajoukkoja, joiden välinen leikkausjoukko ei ole tyhjä.
   Määrää Vennin kuviosta $(A^{c} \cap C) \setminus B$ ja $B \cap (E \setminus C)^{c} \cap B \cap C$.

2. Miksi tehtävään $((A^{c} \cup B \cap C)^{c})^{c}$ ei ole ratkaisua? Yritä kuitenkin ratkaista tehtävä, mitä saisit?

3. Meillä on joukot A ja B seuraavasti:
   $A = \{x \mid x = 3k + 4 \text{ ja } k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2k^2 - 5 \text{ ja } k \in \mathbb{N}\}$
   a) Luettele 10 joukon $A \cup B$ alkiota, b) luettele 4 joukon $A \cap B$ alkiota ja c) mikä on pienin joukon $A \cap B$ alkio?

4. Palindromi on sana tai sanoja, joka on sama alusta loppuun ja lopusta alkuun luettuna, esimerkiksi innostunut sonni tai saippuakauppias. Myös luku voi olla palindromi, esimerkiksi 1234321, 1441, 1652332561 ja 91919. Onko olemassa nelinumeroista palindromilukua, joka ei ole jaollinen luvulla 11?
   Kokeile todistaa.
   Extratehtävänä yritä hakea niin monta "peilipalindromia" tai "tuplapeilipalindromia" kuin löydät. Termi on epävirallinen ja selvitetään luennolla 14.1. Vihjeenä sanottakoon, että ANNA on palindromi, mutta ei peilipalindroi, HAH on peilipalindromi ja HOH tuplapeilipalindromi. Voit käyttää muitakin merkkejä kuin kirjaimia. Parhaat palkitaan ... jotenkin.

5. a) Määrää Eukleideen algoritmilla syt (7140, 289).
   b) Hae monikertasumma luvulle d = syt (7140, 289).

6. Luvuille a ja b voidaan suurimman yhteisen tekijän (syt) lisäksi laskea myös pienin yhteinen jaettava (pyj). Pyj lasketaan kaavalla: pyj (a,b) = ab/syt (a,b). Laske pyj (7140, 289)

7. a) Esitä 2010 heksadesimaali- ja binaarilukuna. Pelkkä vastaus ei riitä. b) Lukujärjestelmistä voidaan saada aikaan jopa menekkielokuva. Ennustuksen mukaan vanhalla Mayakalenterilla tehdään vielä paljon rahaa ennen vuotta 2013. Maya-intiaanit käyttivät 20 järjestelmää ja jotain jännää pitäisi tapahtua vuonna 2012. Esitä päivämäärä 21.12. 2012 20-järjestelmän lukuna ("jatka" numeroita aakkosilla kuten heksadesimaalijärjestelmässä). Esitä sama luku myös heksadesimaalijärjestelmässä. Pelkkä vastaus ei riitä.

8. Reipas joukko pelaa sählyä vankilassa pienessä salissa, jossa joukkueesta kentälle mahtuu kerrallaan vain maalivahti ja kolme kenttäpelaajaa. Peli päättyy kun toinen joukkue on saanut 10 maalia. Eräänä masentavana maanantaina paikalle tuli peräti 20 pelaajaa eli 10 joukkuetta kohti. Joukkueet järjestäytyivät kumpikin kahteen 5 pelaajan ketjuun, joista yksi oli aina vaihdossa, kun oma ketju ei ollut vaihdossa eli oli siis pelaamassa. Ketjut vaihtuivat aina maalin jälkeen. Kuinka monta maalia yksi pelaaja saattoi peli-illan aikana enintään tehdä kun pelattiin yhteensä neljä peliä ja kukin pelaaja joutui vuorollaan olemaan paitsi lepovuorossa, niin myös maalissa?