

1. Meillä on joukot A ja B seuraavasti:  
 $A = \{x \mid x = 2k + 3 \text{ ja } k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x \mid x = 2k^2 - 5 \text{ ja } k \in \mathbb{N}\}$ 
  - a) Luettele 10 joukon  $A \cup B$  alkioita, b) luettele 4 joukon  $A \cap B$  alkioita ja
  - c) mikä on pienin joukon  $A \cap B$  alkio?
2. Olkoon  $K(x)$  kenguru,  $P(x)$  pussihukka ja tarkoittakoon  $A(x,y)$  lausetta "x välttelee y:tä". Muotoile predikaattilogiikan symboleita käyttäen lause "Jotkut kengurut välttelevät ainoastaan pussihukkia".
3. Osoita esimerkillä, että seuraava lauseke ei ole tosi.  
 $(\exists x) P(x) \wedge (\exists x) Q(x) \rightarrow (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$
4. Todista, että  $x$  on pariton kokonaisluku **joss**  $x^2 + 2x + 1$  on parillinen kokonaisluku. Merkintä *joss* on lyhenne lauseesta "jos ja vain jos". Luku  $n$  on määriteltä parilliseksi silloin kun  $n = 2k$ , missä  $k$  on jokin kokonaisluku.
5. Osoita matemaattista induktiota käyttäen, että  
 $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1 \quad \forall n \geq 1.$
6. Todista seuraava lause: Jos  $n \in \mathbb{Z}$  on parillinen niin myös  $n^2$  on parillinen.

