

1. Meillä on joukot A ja B seuraavasti:  
 $A = \{x \mid x = 4k + 1 \text{ ja } k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x \mid x = 3k^2 - 6 \text{ ja } k \in \mathbb{N}\}$   
 a) Luettele 10 joukon  $A \cup B$  alkia, b) luettele 4 joukon  $A \cap B$  alkia ja  
 c) mikä on pienin joukon  $A \cap B$  alkio?
2. Olkoon  $T(x)$  tavis,  $J(x)$  julkkis ja tarkoittakoon  $A(x,y)$  lausetta "x ihailee y:tä". Muotoile predikaattilogiikan symboleita käyttäen lause "Jotkut tavikset ihailevat ainoastaan julkkiksia".
3. Valitse sellaiset  $P(x)$  ja  $Q(x)$ , että alla oleva lauseke on a) tosi ja b) epätosi.  
 $(\forall x) ([P(x) \vee Q(x)] \wedge \neg[P(x) \wedge Q(x)])$
4. Into Yksinkertainen on päättänyt kaksinkertaistaa kahden kuukauden palkkansa, mikä voisi onnistua mikäli kuukausilksa kerrotaankin kahden sijaan neljällä. Istuttuaan diskreettien rakenteiden luennolla Innon päässä kehittyi innovaatio... Jos hän pystyisi loogisella päättelyllä osoittamaan kakkosen saman arvoiseksi kuin ykkösen niin palkka tuplaantuisi kun hän näyttää päättelmänsä työnantajalleen. Seuraavassa Into osoittaa, että  $1 = 2$ ...  

$$\underline{1=1} \Rightarrow \underline{-2 = -2} \Rightarrow \underline{1-3 = 4-6} \Rightarrow \underline{1-3+9/4 = 4-6+9/4} \Rightarrow$$

$$\underline{(1-3/2)^2 = (2-3/2)^2} \Rightarrow \underline{1-3/2 = 2-3/2} \Rightarrow \underline{1 = 2}$$
 Kaksinkertaistuiko Yksinkertaisen palkka vai menikö jokin pieleen?
5. Todista, että  $x$  on pariton kokonaisluku **joss**  $x^2 + 2x + 1$  on parillinen kokonaisluku. Merkintä **joss** on lyhenne lauseesta "jos ja vain jos". Luku  $n$  on määritetty parilliseksi silloin kun  $n = 2k$ , missä  $k$  on jokin kokonaisluku.
6. Osoita induktiota käyttäen, että  $2^n < n!$ , kun  $n \geq 4$ .
7. Osoita matemaattista induktiota käyttäen, että  
 $1 + 2 + 4 + 8 + \dots 2^n = 2^{n+1} - 1 \quad \forall n \geq 1$ .

1. Meillä on joukot A ja B seuraavasti:  
 $A = \{x \mid x = 4k + 1 \text{ ja } k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x \mid x = 3k^2 - 6 \text{ ja } k \in \mathbb{N}\}$   
 a) Luettele 10 joukon  $A \cup B$  alkia, b) luettele 4 joukon  $A \cap B$  alkia ja  
 c) mikä on pienin joukon  $A \cap B$  alkio?
2. Olkoon T(x) tavis, J(x) julkkis ja tarkoittakoon A(x,y) lausetta "x ihailee y:tä". Muotoile predikaattilogiikan symboleita käyttäen lause "Jotkut tavikset ihailevat ainoastaan julkkiksia".
3. Valitse sellaiset P(x) ja Q(x), että alla oleva lauseke on a) tosi ja b) epätosi.  
 $(\forall x) ([P(x) \vee Q(x)] \wedge \neg[P(x) \wedge Q(x)])$
4. Into Yksinkertainen on päättänyt kaksinkertaistaa kahden kuukauden palkkansa, mikä voisi onnistua mikäli kuukausilksa kerrotaankin kahden sijaan neljällä. Istuttuaan diskreettien rakenteiden luennolla Innon päässä kehittyi innovaatio... Jos hän pystyisi loogisella päättelyllä osoittamaan kakkosen saman arvoiseksi kuin ykkösen niin palkka tuplaantuisi kun hän näyttää päätelmänsä työnantajalleen. Seuraavassa Into osoittaa, että  $1 = 2$ ...  

$$\underline{1=1} \Rightarrow \underline{-2 = -2} \Rightarrow \underline{1-3 = 4-6} \Rightarrow \underline{1-3+9/4 = 4-6+9/4} \Rightarrow$$

$$\underline{(1-3/2)^2 = (2-3/2)^2} \Rightarrow \underline{1-3/2 = 2-3/2} \Rightarrow \underline{1 = 2}$$
 Kaksinkertaistuiko Yksinkertaisen palkka vai menikö jokin pieleen?
5. Todista, että x on pariton kokonaisluku **joss**  $x^2 + 2x + 1$  on parillinen kokonaisluku. Merkintä **joss** on lyhenne lauseesta "jos ja vain jos". Luku n on määritetty parilliseksi silloin kun  $n = 2k$ , missä k on jokin kokonaisluku.
6. Osoita induktiota käyttäen, että  $2^n < n!$ , kun  $n \geq 4$ .
7. Osoita matemaattista induktiota käyttäen, että  
 $1 + 2 + 4 + 8 + \dots 2^n = 2^{n+1} - 1 \quad \forall n \geq 1$ .