

Miksi matemaatikko näkee seinän läpi?

Joonas Ilmavirta

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Jyväskylän yliopisto

Tiedeisku 13.3.2017

Suora ja käänteinen ongelma

Suora ongelma

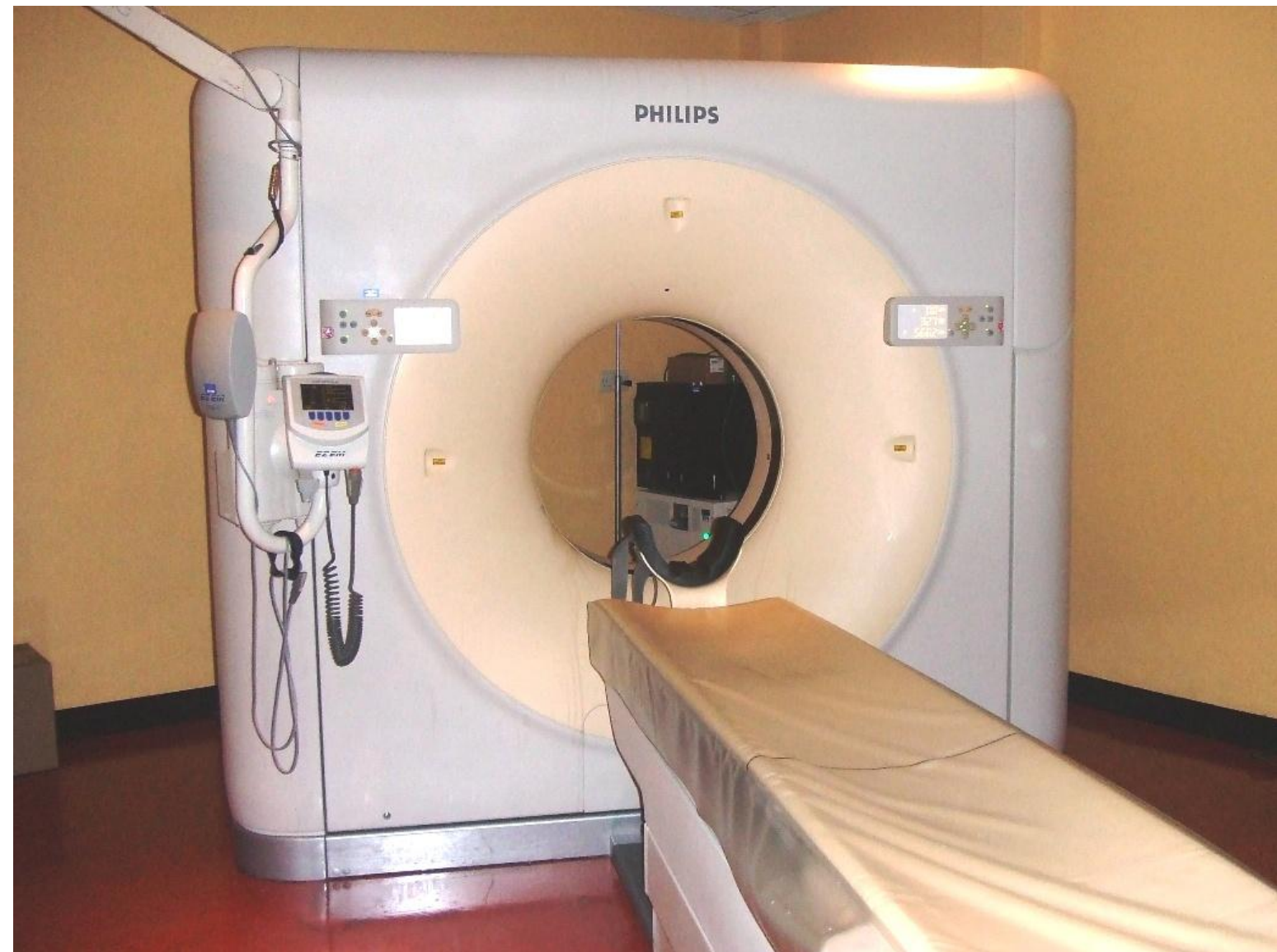
- Tiedetään syy (esim. rummun muoto)
- Pitää päätellä seuraus (esim. rummun ääni)

Käänteinen ongelma

- Tiedetään seuraus (esim. rummun ääni)
- Pitää päätellä syy (esim. rummun muoto)

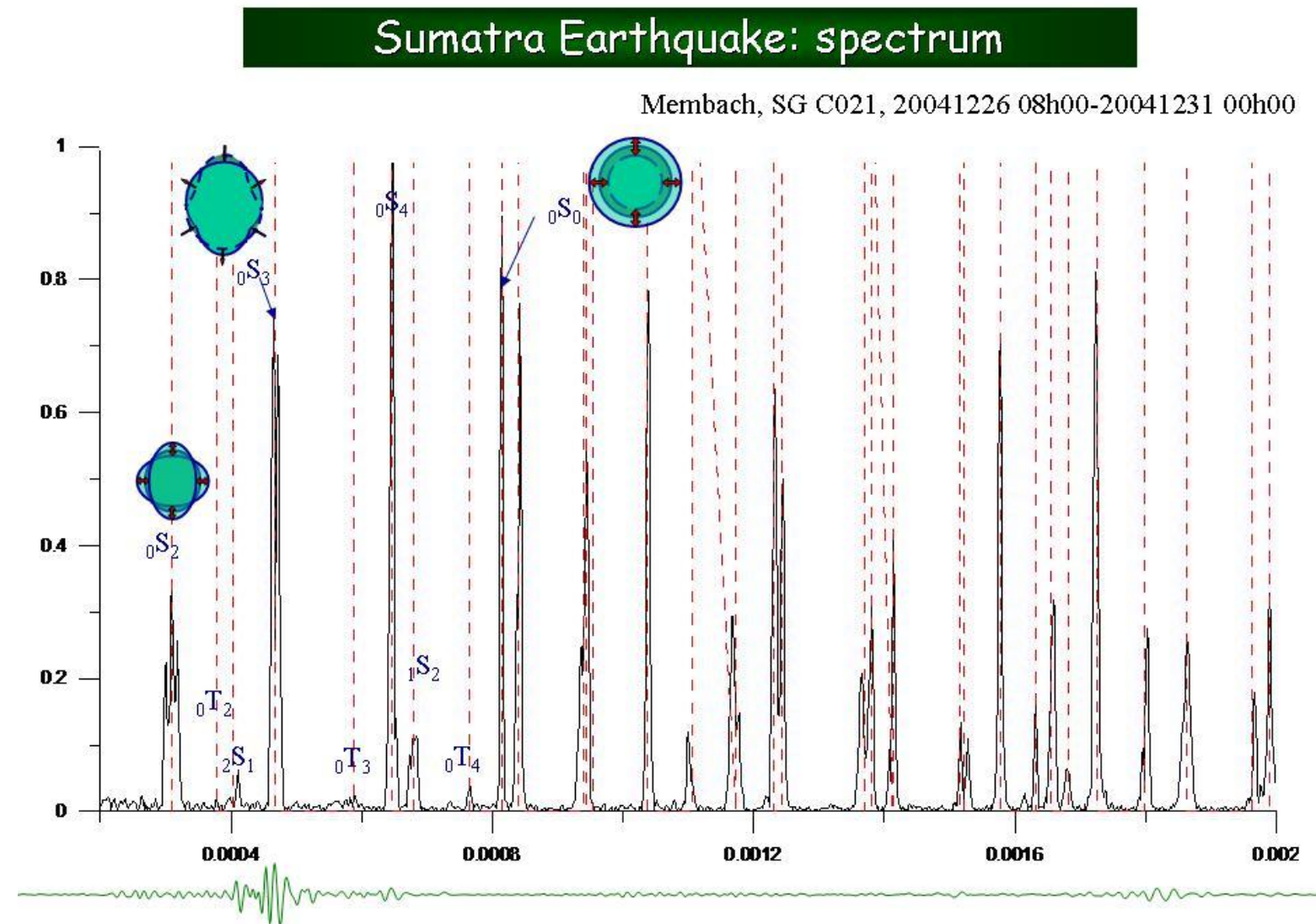
Ongelma 1: Onko luu murtunut?

- Syy: Luut ja muu ihmisen sisärakenne
- Seuraus: Röntgen-säteiden vaimeneminen (Röntgen-kuvat eri suunnista)



Ongelma 2: Mitä Maapallon sisällä on?

- Syy: Maapallon sisärakenne (mineraalit, niiden tiheys, kiderakenne, olomuoto...)
- Seuraus: Maapallon värähtelytaajuuudet



Ongelma 3: Onko betonipalkki ehjä?

- Syy: Betonipalkin säröt ja muut virheet
- Seuraus: Betonipalkin sähkönjohtavuus



Käänteisongelmat

- Monia asioita ei voi tutkia suoraan. Pitää mitata epäsuorasti – nähdä jonkin seinän läpi.
- Näitä käänteisongelmia on paljon.
- Fysiikka, lääketiede, teollisuus...
- Vaikeita *matemaattisia* ongelmia!

Ongelma 1: Onko luu murtunut?

Fysiikan ongelma

Jos mitataan Röntgen-säteen
vaimeneminen jokaisesta
suunnasta, voidaanko päätellä
paikasta riippuva
vaimennuskerroin (eli kappaleen
3-ulotteinen rakenne)?

Matematiikan ongelma

Jos tunnetaan jonkin funktion
integraali kaikkien suorien yli,
voidaanko itse funktio päätellä?

Ongelma 2: Mitä Maapallon sisällä on?

Fysiikan ongelma

Jos tunnetaan Maapallon kaikki värähtelytaajuudet, voidaanko päätellä aineen tiheys ja rakenne Maan sisällä?

Matematiikan ongelma

Jos tunnetaan reunallisen Riemannin moniston Laplace-Beltrami-operaattorin Neumann-spektri, voidaanko päätellä itse monisto?

Ongelma 3: Onko betonipalkki ehjä?

Fysiikan ongelma

Voidaanko päätellä kappaleen (betoni tai muu) sähkönjohtavuus tekemällä sen pinnalla jännite- ja virtamittauksia?

Matematiikan ongelma

Voidaanko $\gamma \in L_+^\infty(\Omega)$ päätellä jos tiedetään

$$(u|_{\partial\Omega}, \nu \cdot \gamma \nabla u|_{\partial\Omega})$$

kaikille $u \in W^{1,2}(\Omega)$ jotka toteuttavat yhtälön $\nabla \cdot (\gamma \nabla u) = 0$?

Yhteenveto

- Fyysikko tai muu soveltaja näkee seinän, muttei näe sen läpi ilman matemaatikkoa.
- Matemaatikolle nämä seinät ovat hyvin samanlaisia.
- Kysy lisää: joonas.ilmavirta@jyu.fi