

Muista katsoa kurssin sivulta ohjeet tehtävien palautukseen. Pakolliset tehtävät on merkitty tähdellä (\star). Muista palauttaa `.wxm`-tiedosto viikon tehtävistä. Muista palauttaa myös oleelliset `.tex` ja `.pdf`-tiedostot L^AT_EX-tehtävissä.

Kursiivilla merkityt sanat ovat vinkkejä Maximan Help-järjestelmään. Siihen pääsee käsiksi F1-napilla wxMaximassa. *Tasalevyisellä kirjasinlajilla* merkityt sanat ovat (Maximan omia tai käyttäjän määrittelemiä) komentoja tai symboleita/muuttujia. *Pääteviivattomalla kirjasinlajilla* merkityt sanat ovat wxMaximan valikkojen ja/tai alavalikkojen nimiä.

Nimeä tiedosto ensimmäisen viikon ohjeiden mukaisesti. Muista strukturoida dokumenttisi väliotsikoin ja kommentein, sekä tallentaa se riittävän usein. Muista myös tarvittaessa vapauttaa määrittelemäsi objektit eri tehtävien välissä (`kill`-komento).

1. **Summausta.** (\star)

- (a) Koita laskea `sum`-komennolla ääretöntä summaa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Muista, että ääretön on Maximassa `inf`. Sieveneekö summa? Kokeile uudestaan mutta muuta tällä kertaa systeemimuuttujan `simpsum` arvoa sopivaksi.

- (b) Kokeile samalla tapaa sieventää summa

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

Tämä ei pitäisi onnistua, mutta otetaan vahvemmat koneistot käyttöön. Lataa (`load`) Maximan funktio `simplify_sum` käyttöösi, ja kokeile mitä tämä funktio tekee kun siihen syöttää ylläolevan summan.

- (c) Testaa `powerseries`-komentoa kehittämällä funktiot $1/(1-x)$, $\log(1-x)$ ja $\sin(x)$ potenssisarjoiksi nollan ympäristössä.

2. **Satunnainen tehtävä.** (\star) Tutustu Maximan `random`-funktioon, jolla saat luotua (pseudo-)satunnaislukuja.

- (a) Miten saat satunnaisen kokonaisluvun väliltä $0 - 99$? Entä väliltä $1 - 100$?
- (b) Miten saat satunnaisen reaali-`luvun` väliltä $(0, 1)$? Entä väliltä $(-1, 1)$?
- (c) Luo 5×5 matriisi, jonka alkiot ovat satunnaisia kokonaislukuja vaikkapa väliltä $[-5, 5]$ ja laske sen determinantti komennolla `determinant`.
Vinkki: Jos haluat lyhentää Maximaan syötettäviä asioita, käytä `make-list`-komentoa matriisin määrittelyssä tarvittavien listojen luomiseen ja sijoita ne komentoon `matrix` komennolla `apply`.

3. Kaikilla (yksinkertaisillakaan) funktioilla ei ole alkeisfunktioiden avulla esitettävää integraalifunktiota. Kokeile vaikka miten käy integraalille $\int e^{-x^2} \cos x dx$. Tarkista kuitenkin mitä tulee kun laskee tämän lausekkeen derivaatan. Miten systeemimuuttuja `erfflag` vaikuttaa tähän tulokseen? Laske myös mitä on $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cos x dx$.
4. Määrää integraaleille $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx$ ja $\int_0^{10} e^{-x} \sin x dx$ tarkka arvo ja jälkimmäiselle myös likiarvo. Laske myös $\int_0^{10} e^{-x} \sin x dx$ Rombergin menetelmällä. Tällä nimellä löytyy Maximasta komento.
5. Laske funktiolle $f(x, y) := 1 + (x - y)/(x + y)^3$ molemmat integraalit

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x, y) dx \right) dy \quad \text{ja} \quad \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x, y) dy \right) dx.$$

Mitä huomaat¹?

6. Laske moniulotteinen integraali

$$\int_0^1 \int_{-1}^0 \int_{-1}^1 yze^x dx dy dz = \int_0^1 \left(\int_{-1}^0 \left(\int_{-1}^1 yze^x dx \right) dy \right) dz.$$

Huomaa tässä muuttujien järjestys ”sisältä ulospäin” (t.s. muuttujaa x vastaa väli $-1 \leq x \leq 1$, jne).

7. Piirtämistä draw-ympäristössä. (★)

- (a) Käyttäen komentoja `wxdraw2d` ja `explicit`, piirrä funktion $x \sin(x)$ kuvaaja välillä $[0, 10]$ haluamallasi värillä.
- (b) Piirrä samaan kuvaan uudestaan saman funktion kuvaaja välillä $[2, 8]$. Lisää kuitenkin ennen jälkimmäistä komentoa asetus `filled_func=0`, niin saat kuvaajan ja x -akselin välisen alueen varjostettua (tässä 0 on yksinkertaisesti x -akselin yhtälö). Muuta myös tarvittaessa muuttujaa `fill_color` että saat kuvaajan ja alueen eri värisiksi.
- (c) Laske varjostetun alueen pinta-ala.
8. (★) Edellisviikon tehtävässä nro. 2 ratkaistiin yhtälöpari

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ y^2 = x^3 - 3x + 1. \end{cases}$$

Ensimmäinen näistä yhtälöistä kuvaa $\sqrt{3}$ -säteistä ympyrää tasossa. Piirrä tämä `wxdraw2d`-komennolla kuvaan joko komennolla `polar` tai `parametric`. Piirrä myös jälkimmäisen yhtälön määräämä joukko kuvaan komennolla `implicit`. Käyttäen ratkaisemiasi yhtälöparin ratkaisuja, piirrä myös näiden käyrien leikkauspisteet kuvaan käyttämällä `points`-komentoa. *Vinkki:* Pisteet voit poimia helpoiten `algsys`-komennon palauttamasta listasta esimerkiksi `part`-komennolla.

¹Muistele tai selvitä, mitä Fubinin lause sanoo.

9. (★) Piirrä funktioiden

$$f(x) = x^2 - 2 \quad \text{ja} \quad g(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3$$

kuvaajat välillä $[-5, 5]$ kahteen eri kuvaan, ja käytä komentoa `set_draw_defaults` jotta saat molemmat kuvaajat piirrettyä vihreällä värillä ja rajattua ne y -akselin välille $[-10, 10]$.

10. Piirrä `wxdraw2d` ja `implicit` -funktioiden avulla yhtälöparin

$$\begin{cases} y^2 = x^3 - 3x + 1 \\ x^2 = y^3 - 3y + 1 \end{cases}$$

määräämät käyrät samaan kuvaan.

11. Yhtälön

$$2x^4 + y^4 - 3x^2y - 2y^3 + y^2 = 0$$

määräämä tasa-arvokäyrä (*implicit*) on hankala piirrettävä (tai paremminkin: kuva näyttää vialliselta; kokeile). Sijoita (*subst*) yhtälön vasemman puolen lausekkeeseen napakoordinaatit $x = r \cos t$, $y = r \sin t$, ja sievennä lauseketta. Ratkaise saadusta yhtälöstä $\dots = 0$ muuttuja r . Valitse sopiva r ja piirrä `polar`-tyyppinen käyrä. Parempi?

12. **L^AT_EX**. (★) Luo omavalintainen kuva ensin Maximassa komennolla `draw2d` tai `draw3d`, mutta käske Maxima tallentamaan kuva esimerkiksi `.png`-muodossa omaan kansioosi (kolmannesta luentomateriaalista löytyy tähän opastusta). Luo nyt uusi L^AT_EX-dokumentti otsikolla “Maximassa tehty kuvani”. Liitä siihen luomasi kuva komennolla `\includegraphics` – tätä varten tarvitsee ladata sopiva paketti komennolla `\usepackage{graphicx}`.
13. **3D-kuva**. Käytä ympäristöä `draw3d`² ja piirrä samaan kuvaan kahden muuttujan funktion $f(x, y) = x^2 + y^2 + 1$ kuvaaja alueessa $[-3, 3] \times [-3, 3]$ sekä pallo, jonka säde on 3 ja keskipiste origo.

Avustus. Funktion kuvaajan piirtämiseen kannattaa käyttää tuttuun tapaan `explicit`-komentoa. Pallon piirtäminen onnistuu helpoiten `spherical`-komennolla.³

Tehdään nyt kuvasta vähän nätimmän näköinen. Kokeile (vaikka yksitellen), mitä tapahtuu kun lisäät seuraavia asetuksia `draw3d`-funktion sisään:

```
zrange = [-3, 10],  
xyplane = -3,
```

²Myös `wxdraw3d` käy, mutta sillä kuvia ei voi pyöritellä hiirellä.

³Komento `spherical` perustuu pallokoordinaatteihin, joissa kolmiulotteisen avaruuden piste esitetään seuraavasti: Jokainen piste määräytyy antamalla sen etäisyys origoon $r \in [0, \infty)$, sen kulma z -akselin suhteen $\phi \in [0, 2\pi)$ ja sen kulma xy -tason suhteen $\theta \in [-\pi/2, \pi/2)$. Komennolle `spherical` annetaan säde $r(\theta, \phi)$ näiden kahden kulman funktiona sekä kaksi väliä millä nämä kulmat liikkuvat. Funktio luo pinnan, joka syntyy kun kulmat käyvät läpi niille annetut välit ja säde $r(\theta, \phi)$ kertoo millä etäisyydellä kulmia vastaava piste on origosta.

```
proportional_axes = xyz,  
enhanced3d=true,  
wired_surface=true,
```

Näistä ensimmäiset kolme komentoa voi sijoittaa mihin kohtaan haluaa, mutta jos halutaan muuttaa esim. jonkun tietyn kuvan osan piirtoasetuksia täytyy nämä asetukset aina sijoittaa ennen kyseisen osan komentoa.

14. Piirrä funktion $1/x$ kuvaajan pyörähdykappale y -akselin ympäri välillä $[0.1, 10]$. Tee sama funktiolle $\cos(x)/(1+x^2)$ välillä $[0, 9]$. Tässä voi olla hyötyä esimerkiksi funktioista `cylindrical` ja `parametrized_surface`.